

マルチメディア工学 3/4

田村進一

インパルス応答・周波数特性 と修復・復元

<http://www.image.med.osaka-u.ac.jp/tamuras/book.html>

<http://www.image.med.osaka-u.ac.jp/tamuras/joho-kisoron.pdf>

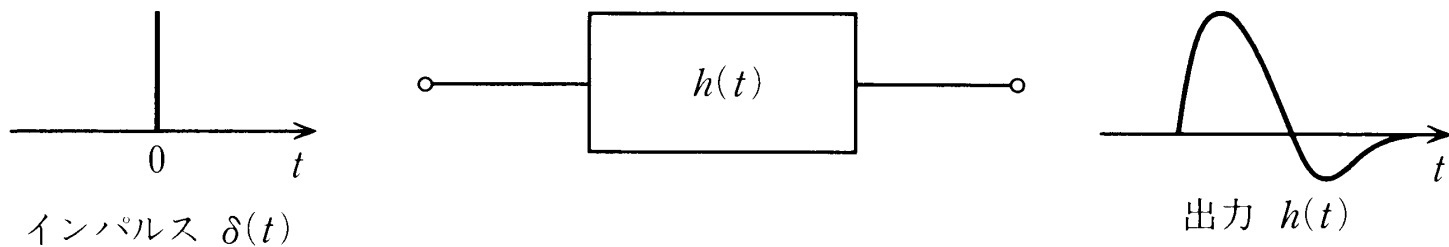


図 7.9 インパルス応答

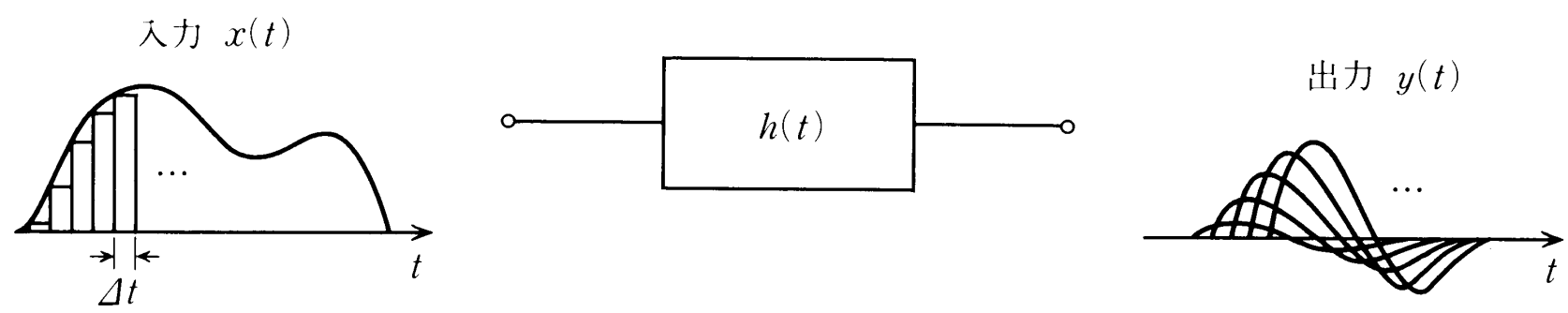


図 7.10 一般の入力関数に対する出力応答。出力は入力中の各インパルスに対する応答の和である。

インパルス応答とシステム出力

入力 $x(t)$ に対する出力 $y(t)$

$$\begin{aligned} y(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) \Delta t \cdot h(t - k\Delta t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \end{aligned}$$

畳み込み積分と伝達関数

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau) h(\tau) d\tau \quad (7.39)$$

と表わせる。式(7.38)や式(7.39)は**畳み込み積分**と呼ばれ、

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) * h(t) \\ &= h(t) * x(t) \end{aligned} \quad (7.40)$$

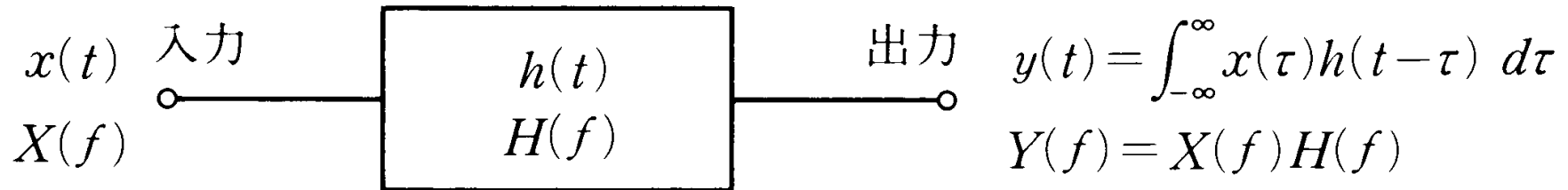
と記される。

ここで、式(7.39)の両辺をフーリエ変換すると

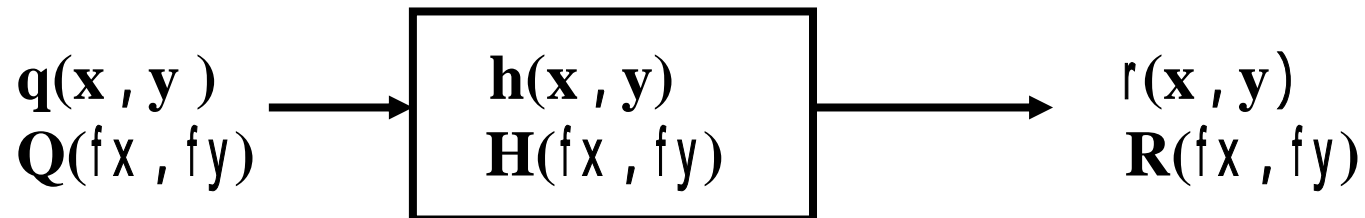
$$\begin{aligned} Y(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi ft} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau \right] dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi ft} h(t-\tau) dt \right] d\tau \quad (\text{積分順序交換}) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f\lambda} h(\lambda) d\lambda \right] d\tau \\ &= X(f) H(f). \end{aligned} \quad (\text{積分変数変換}) \quad (7.41)$$

インパルス応答と伝達関数

1次元信号の場合



2次元画像の場合



$$r(x, y) = \iint q(\mu, \nu) h(x - \mu, y - \nu) d\mu d\nu$$
$$R(f_x, f_y) = Q(f_x, f_y) \cdot H(f_x, f_y)$$

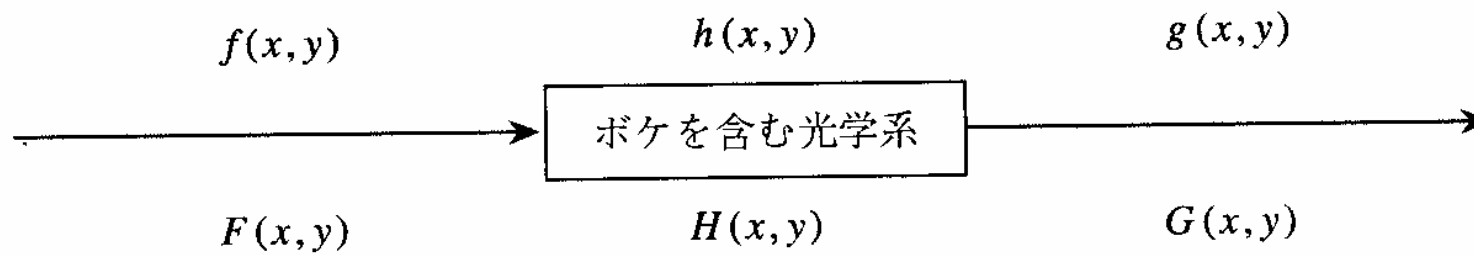
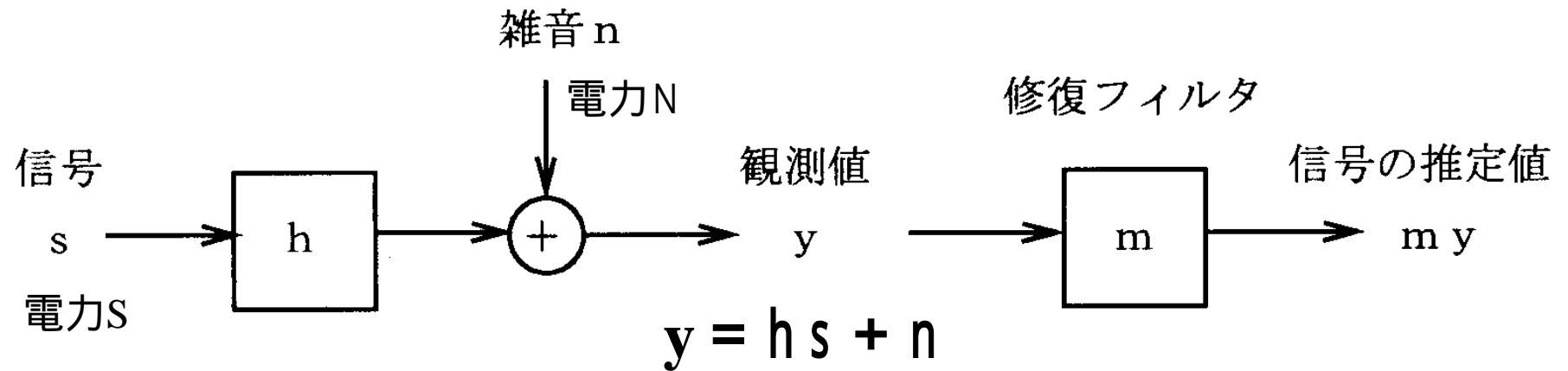


図2.5 ■ボケを含む画像の伝達系

画像の伝達系



推定誤差

$$e = E(my - s)^2$$

を最小にするフィルタゲインは

$$m = \frac{hS}{h^2S + N}$$

Wiener filter

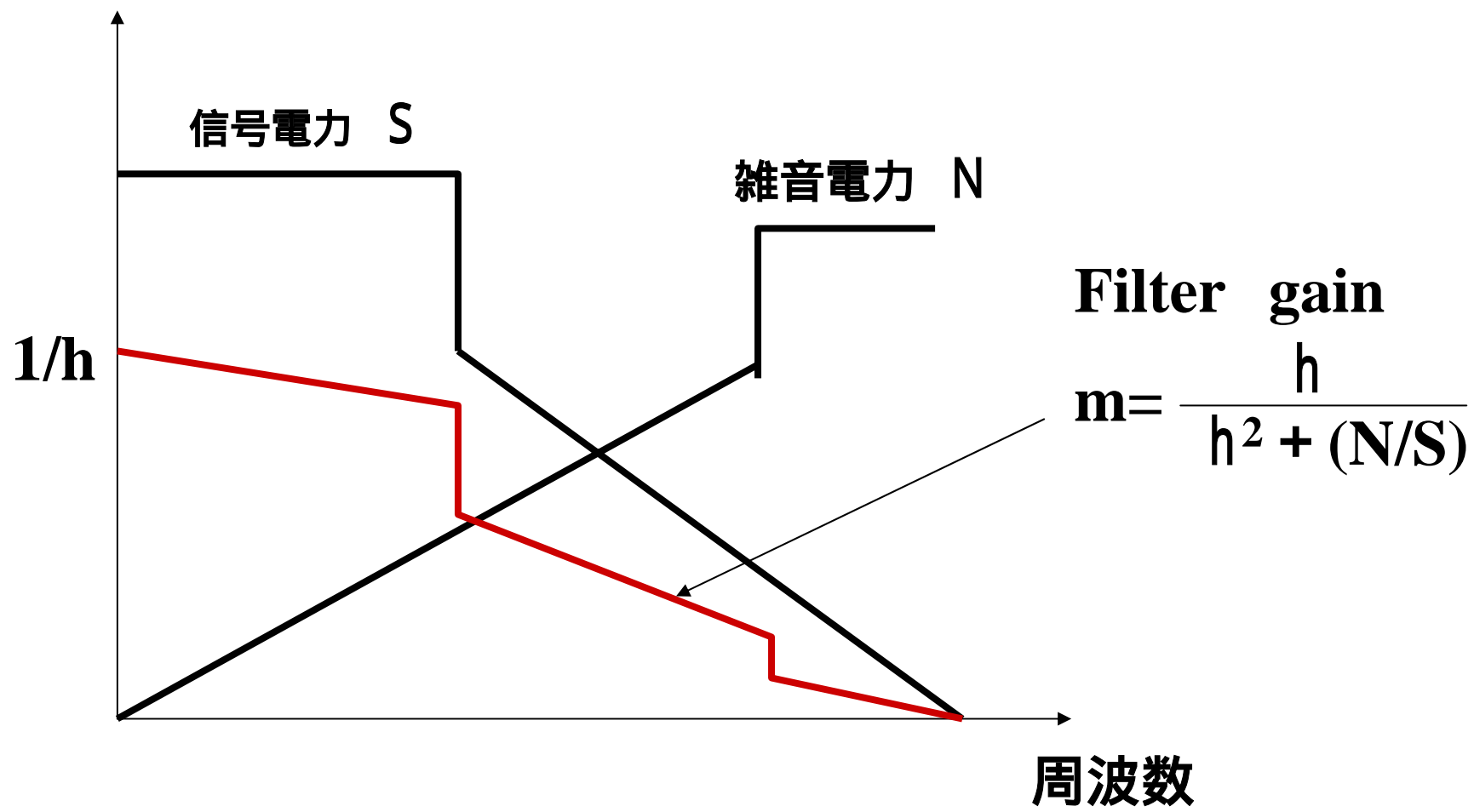
最適フィルタであり,
Kalman filterと等価

Wiener filter による修復

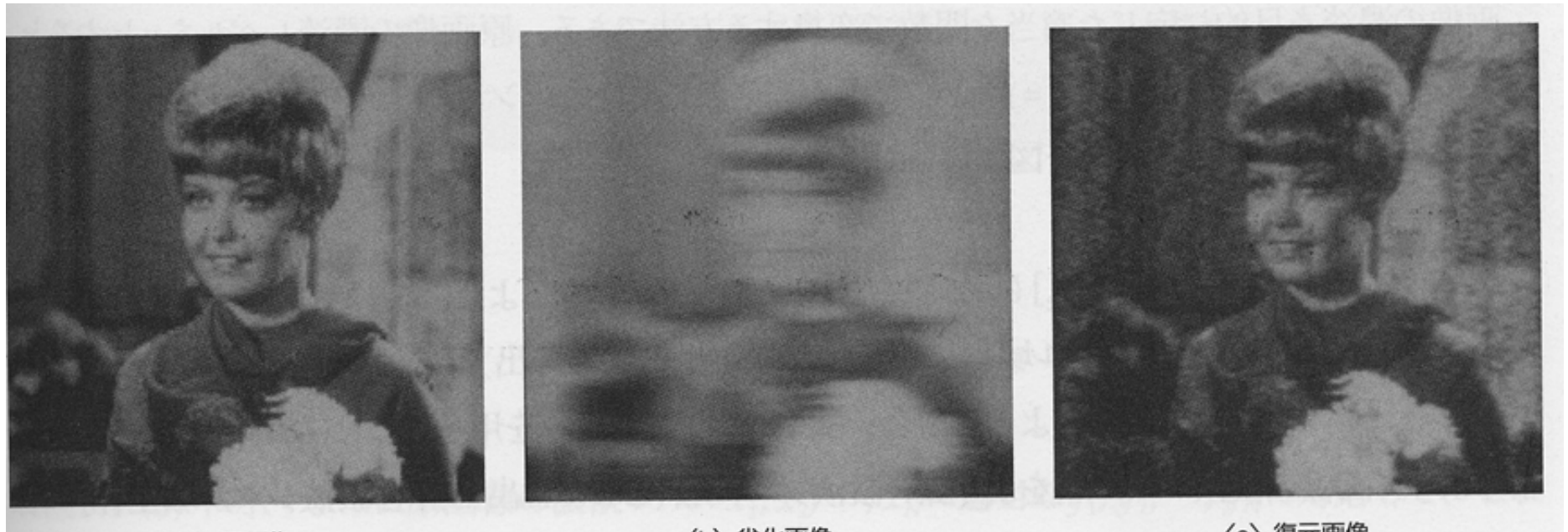
Wienerフィルタ は一般的には

$$M(u,v) = \frac{H^*(u,v) S(u,v)}{|H(u,v)|^2 S(u,v) + N(u,v)}$$
$$= \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + [N(u,v)/S(u,v)]}$$

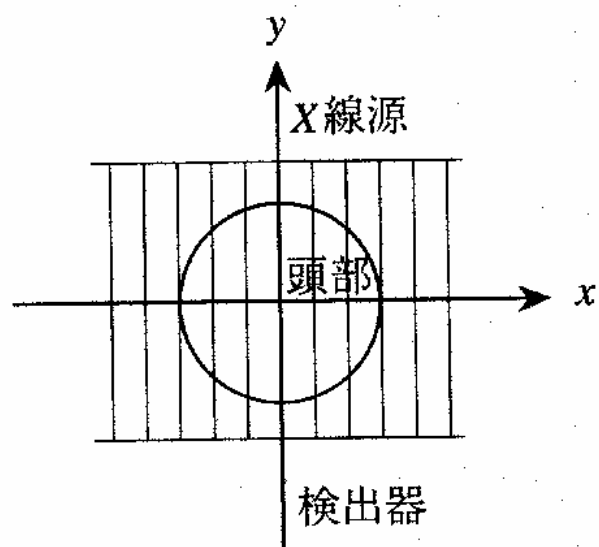
$N(u,v)/S(u,v) = 0$ のとき $M = H^{-1}$ 逆フィルタ
= = 0



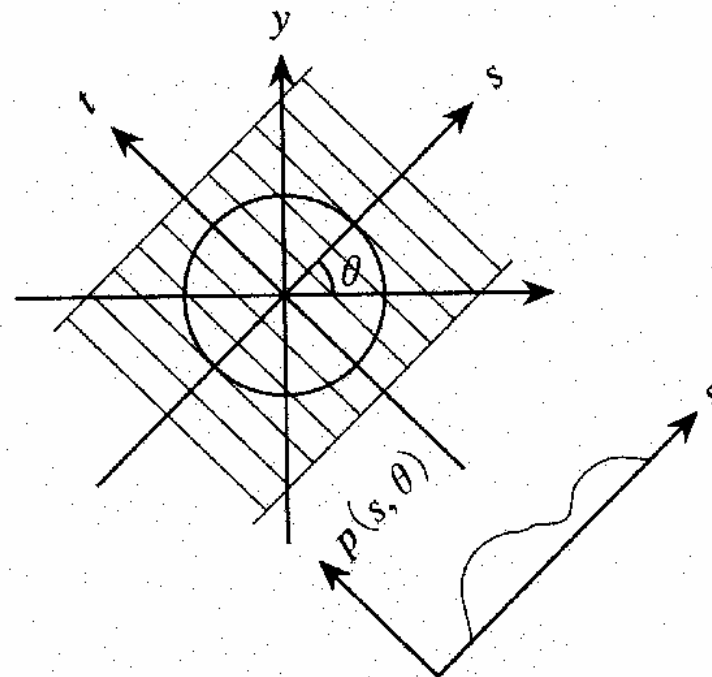
Wiener filter の特性



Wiener フィルタによる画像修復



〈a〉 1次元濃度分布データ



〈b〉 回転による多方向投影

図2.1 ■ CTの測定原理

CTの測定原理

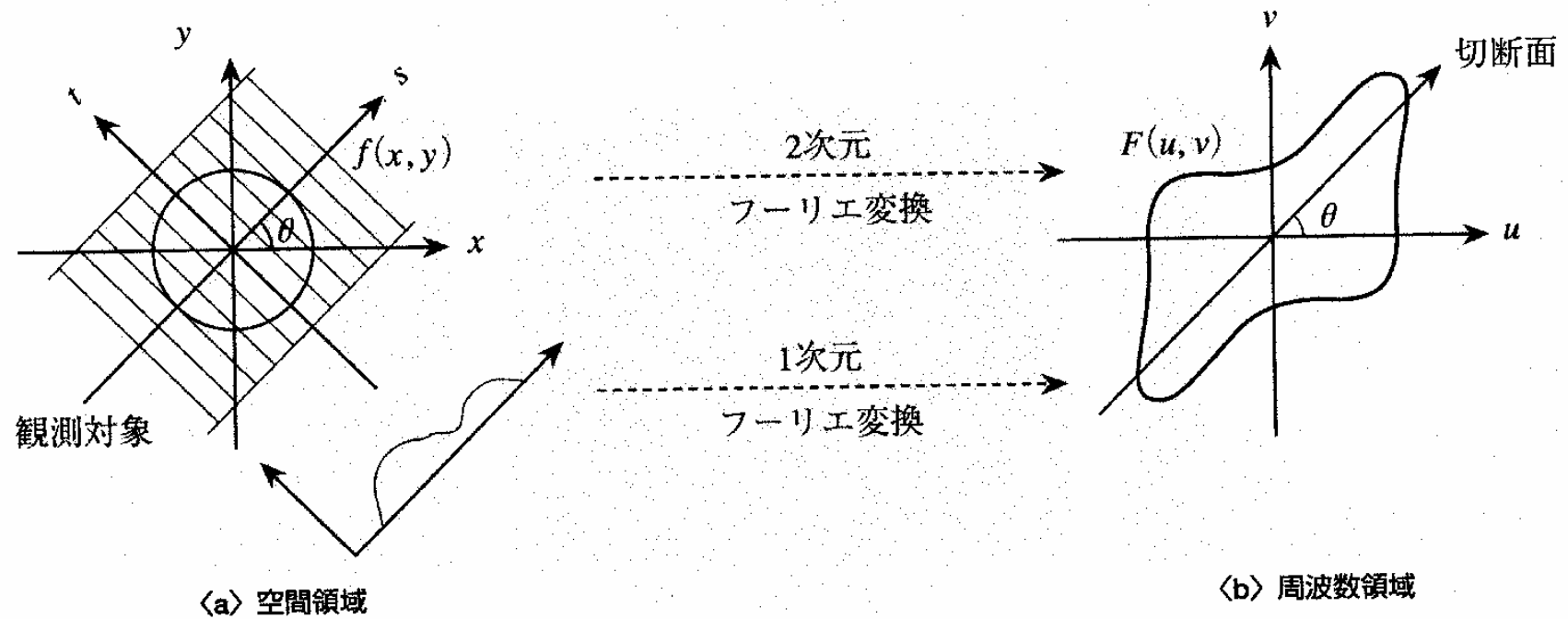
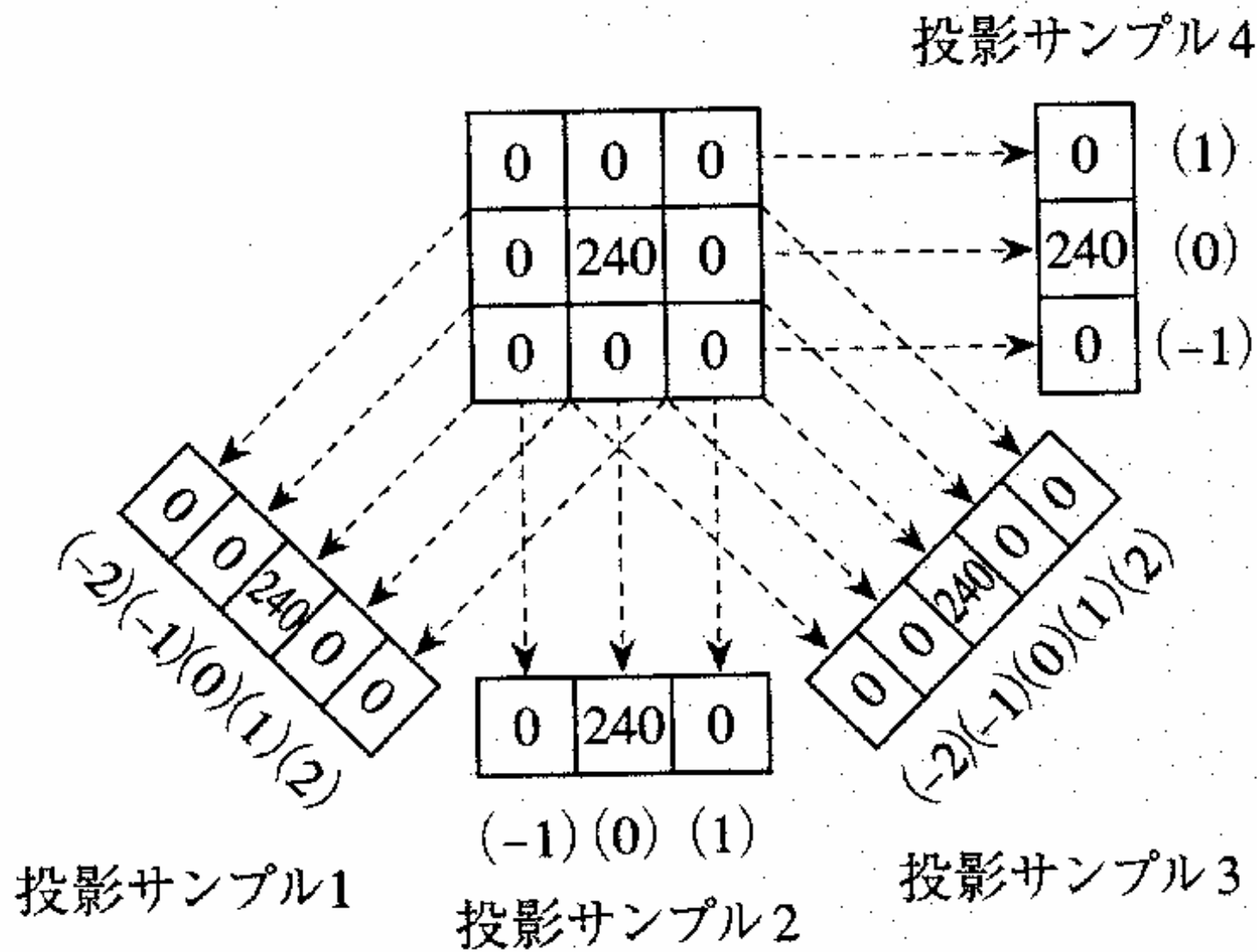
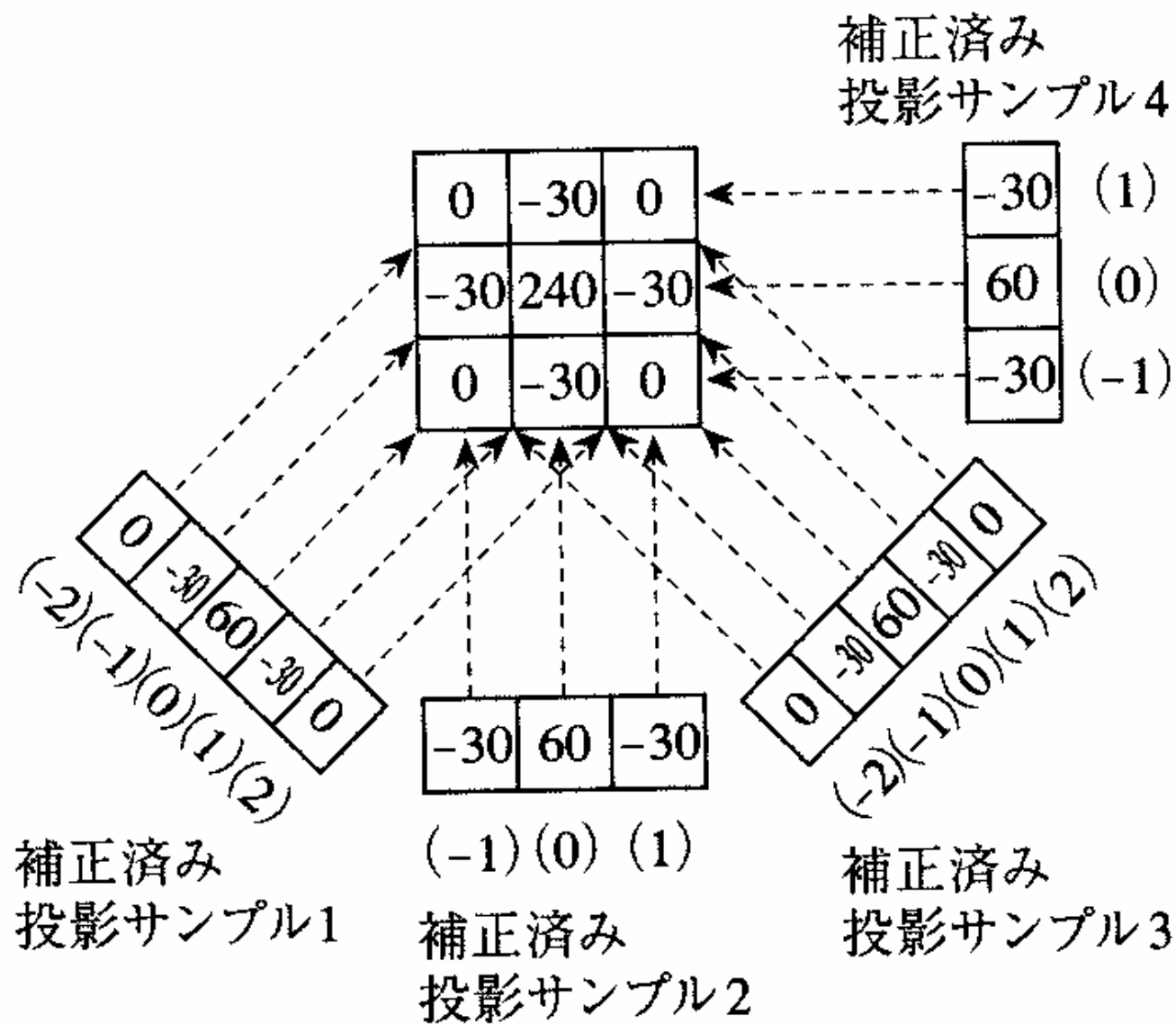


図2.3 ■ 投影の1次元フーリエ変換と $f(x, y)$ の2次元フーリエ変換の関係

**投影の1次元フーリエ変換は
周波数領域の直線上の値**



〈a〉 投影



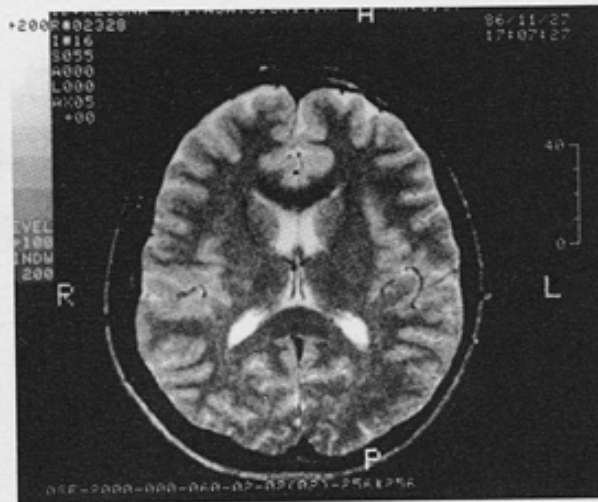
〈d〉 フィルタ補正後の逆投影

| | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|--------|------|--------|-----|-----|-----|
| 位置 | (-4) | (-3) | (-2) | (-1) | (0) | (1) | (2) | (3) | (4) |
| 関数値 | 0 | 0 | 0 | -0.125 | 0.25 | -0.125 | 0 | 0 | 0 |

〈c〉 空間領域におけるフィルタ



〈a〉 頭部横断面 (X線CT)



〈b〉 頭部横断面 (MRI)

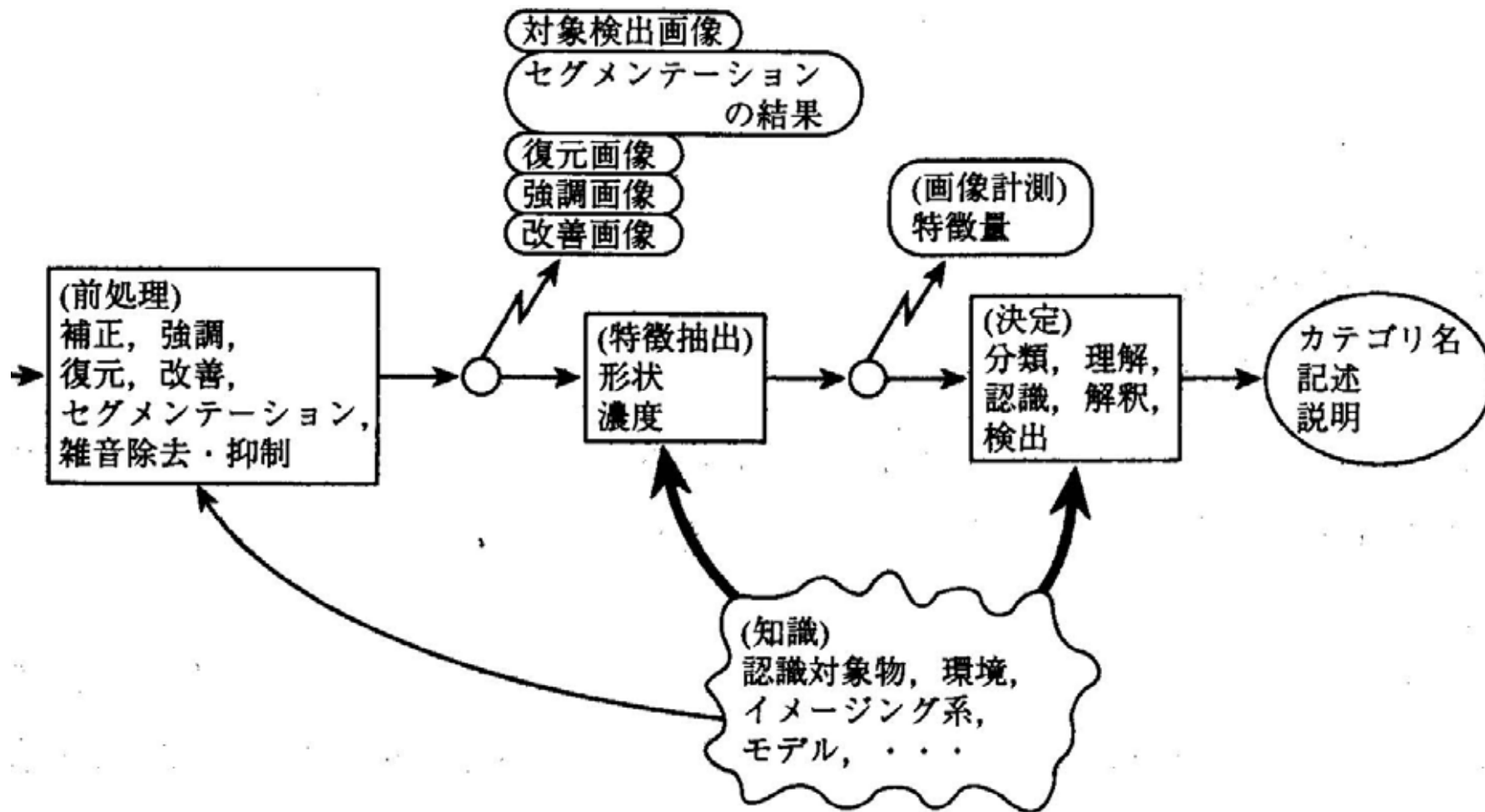


〈c〉 頭部縦断面 (MRI)

図2.2 ■ 各種CTの再構成像 (〈a〉 〈b〉 提供：横河メディカルシステム(株)¹⁾

頭部のCT・MRI画像

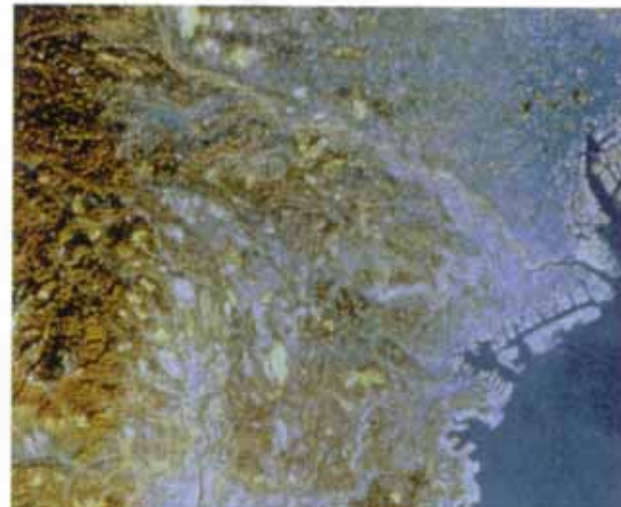
識別・分類



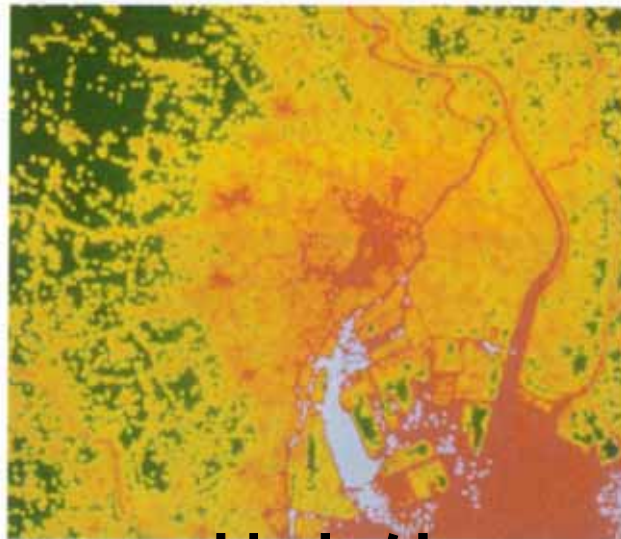
画像認識過程



航空写真



可視・近赤外マルチスペクトル



熱赤外

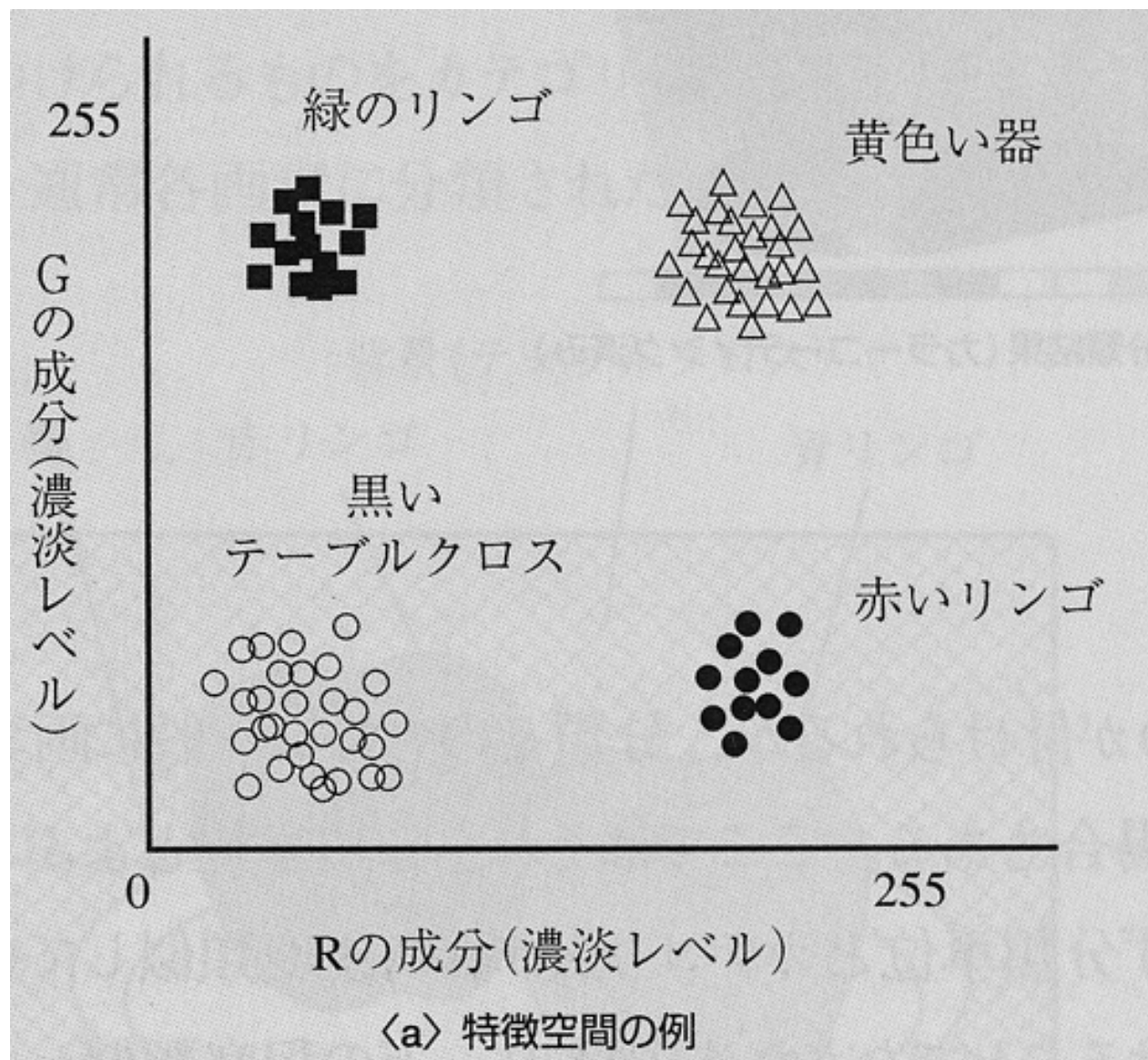


レーダ画像

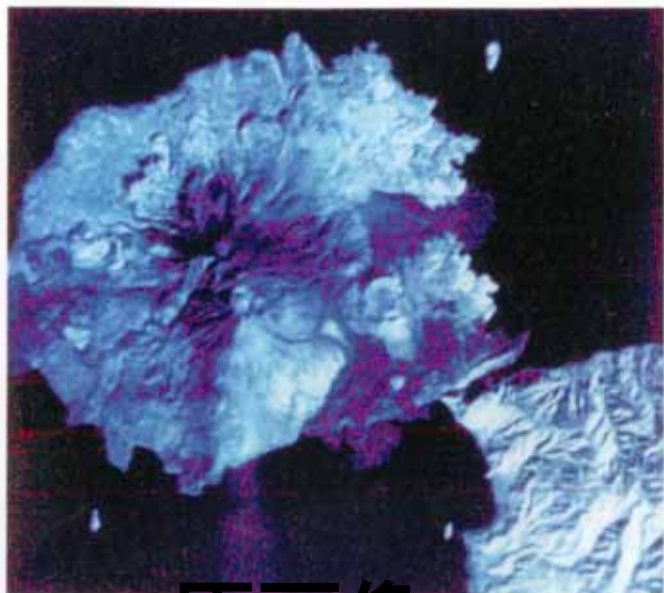
リモートセンシング画像



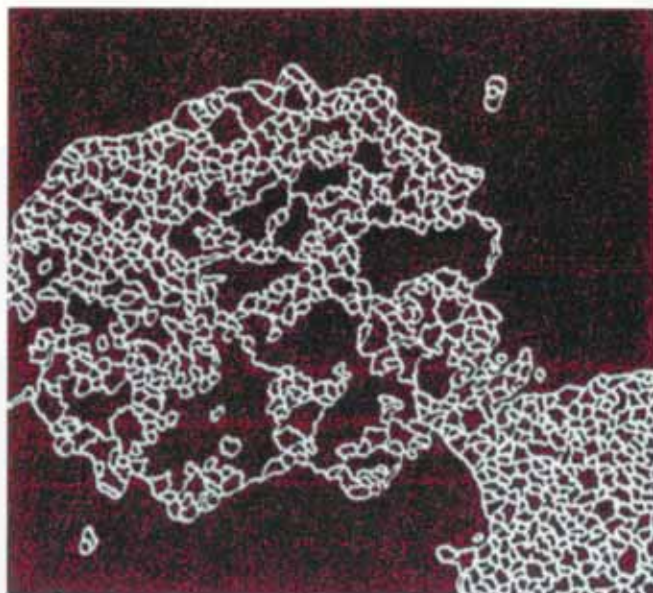
トレーニング領域指定



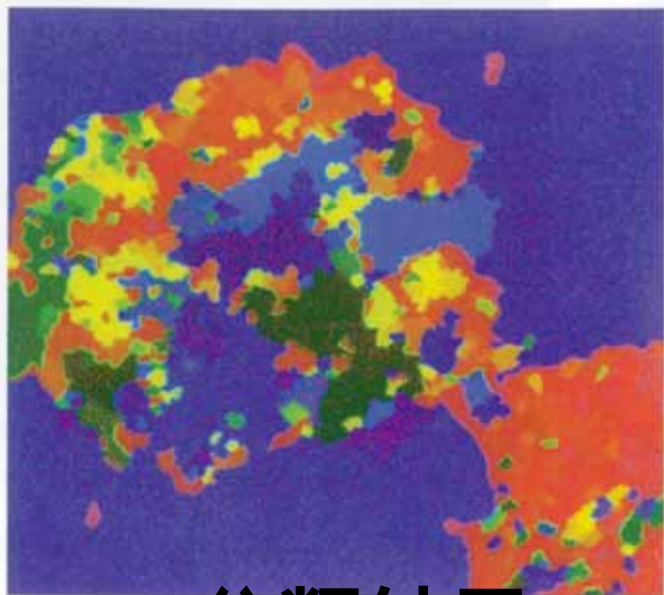
特徴空間における分布と識別



原画像



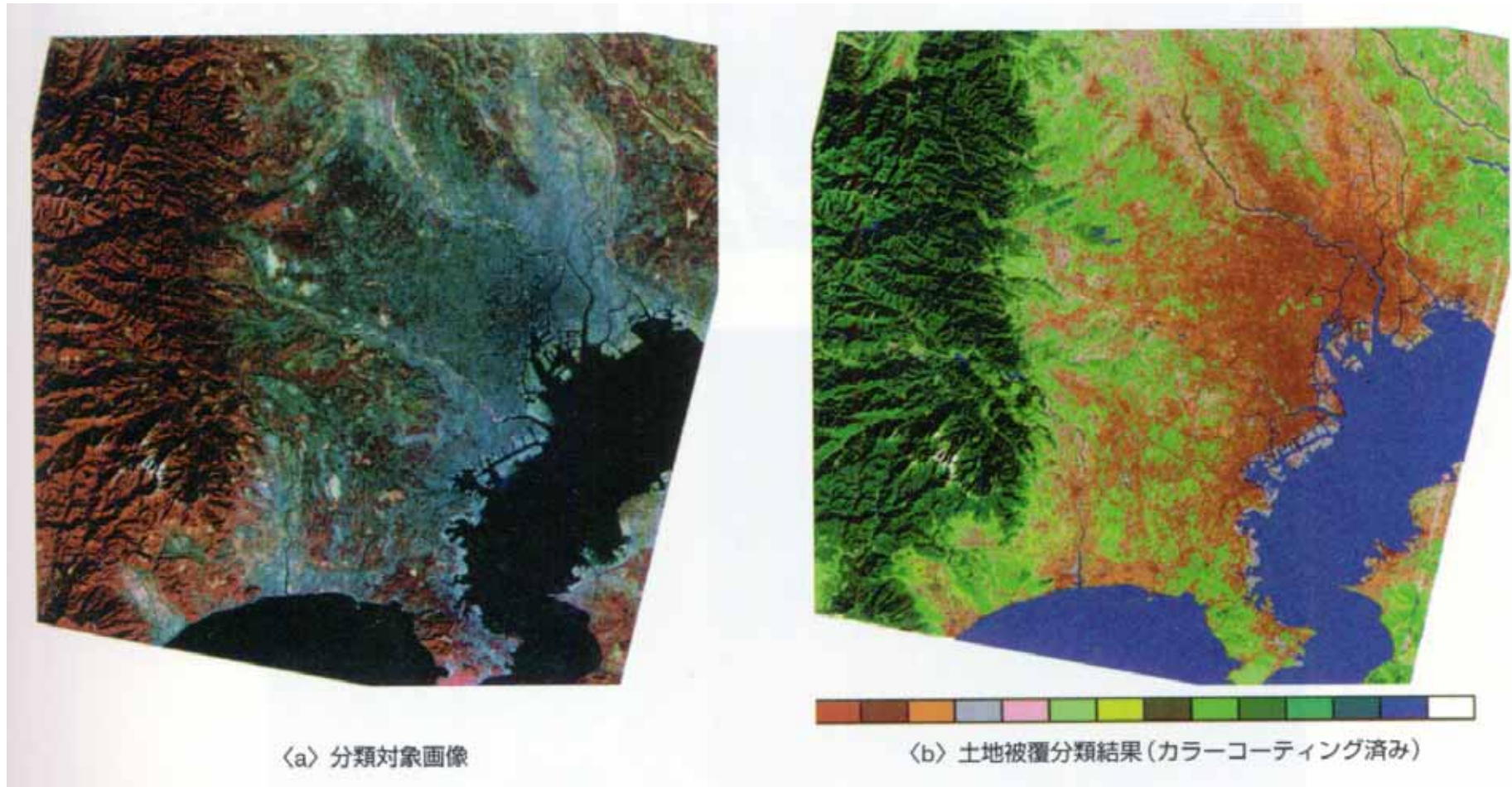
小領域合併
(マイクロ特徴による)



分類結果
(領域内マクロ特徴による)

領域拡張法と
クラスタリング
による

2段階領域分割法



対象画像

分類結果を色表示

マルチスペクトル衛星画像の土地被覆分類

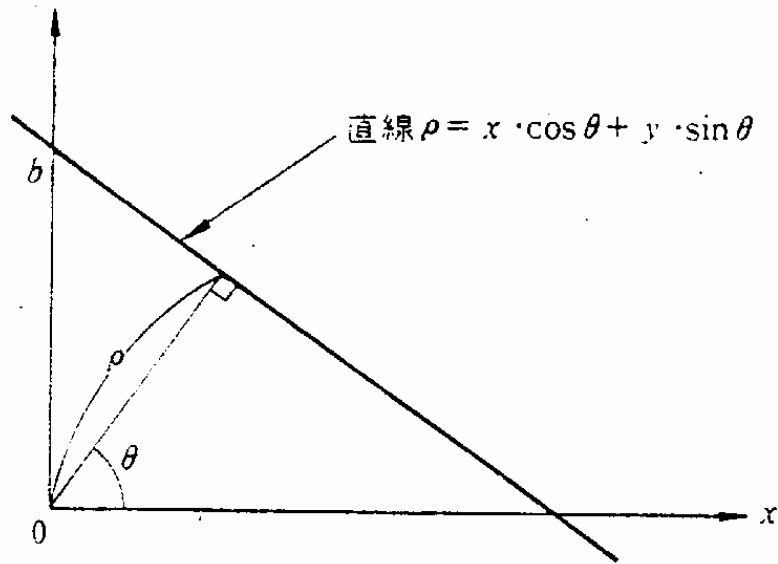


図 6.3 直線のパラメータ表現

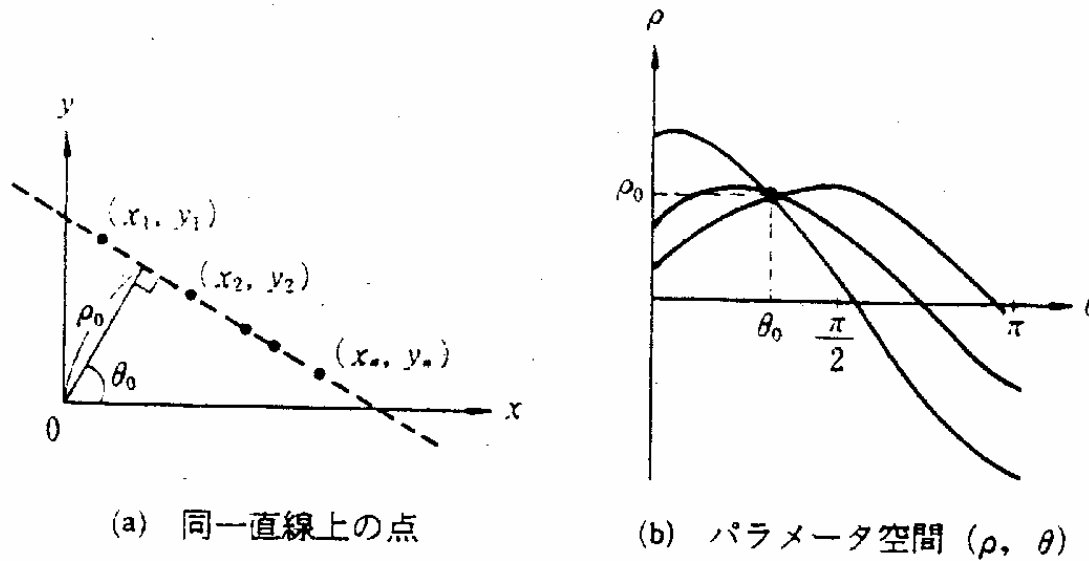


図 6.4 Hough 変換による線分の検出

Hough変換 による 直線検出

輪郭線上の 形状パラメータ

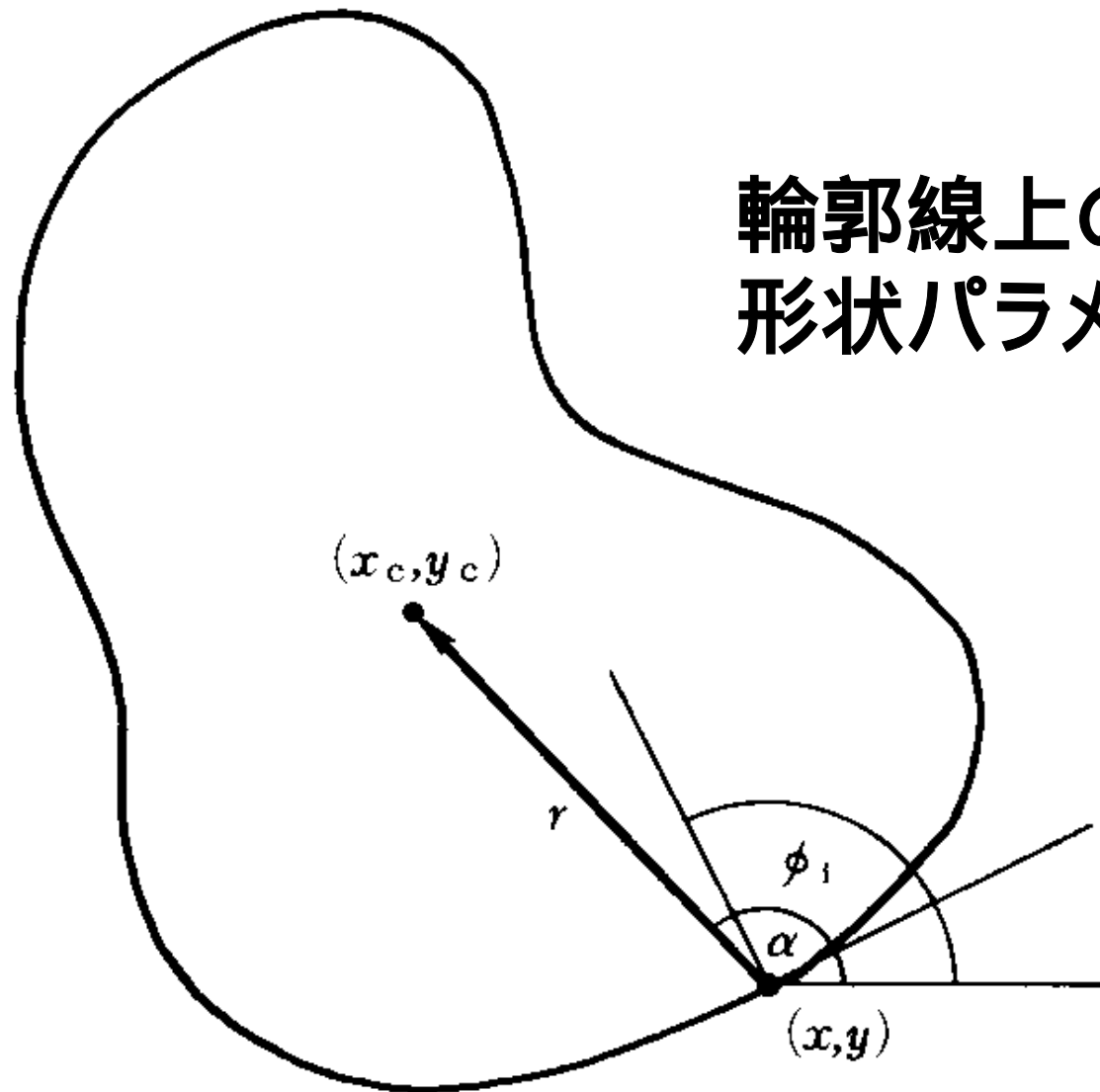
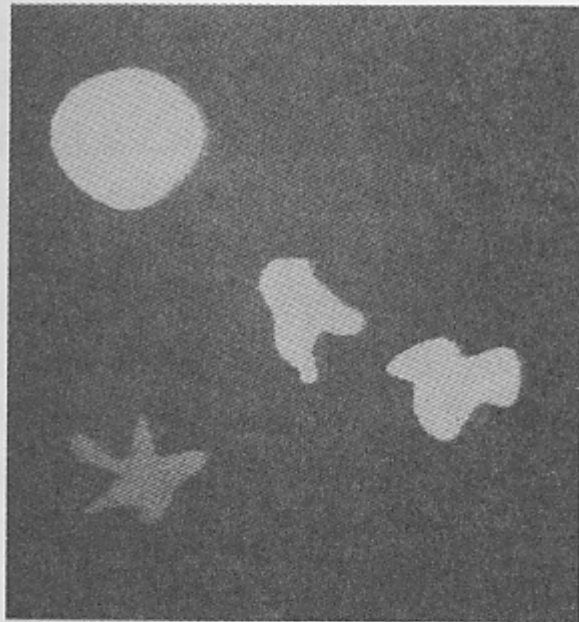


図22 法線の傾き ϕ_i の点における基準点までの距離 r と方向 α

表 2 境界上の点から基準点の位置を示す R 表

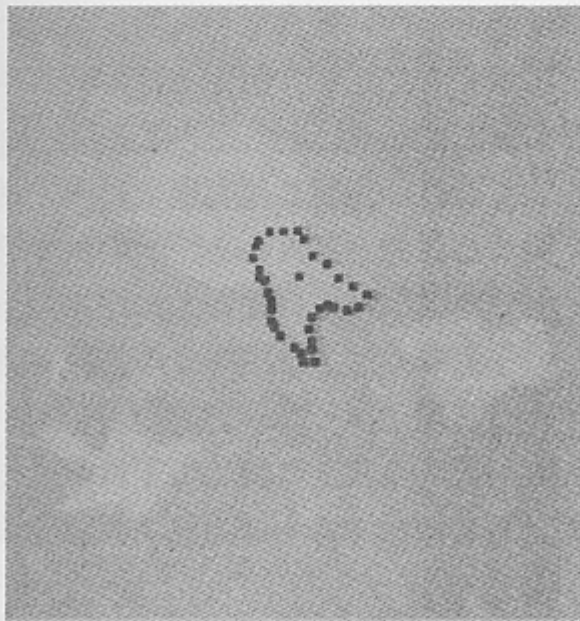
| 図形境界上の点における法線の傾き | 基準点の (距離, 方向) $r = (r, \alpha)$ |
|------------------|------------------------------------|
| ϕ_1 | $r_1^1, r_2^1, \dots, r_{n_1}^1$ |
| ϕ_2 | $r_1^2, r_2^2, \dots, r_{n_2}^2$ |
| . | . |
| . | . |
| . | . |
| ϕ_m | $r_1^m, r_2^m, \dots, r_{n_m}^m$ |



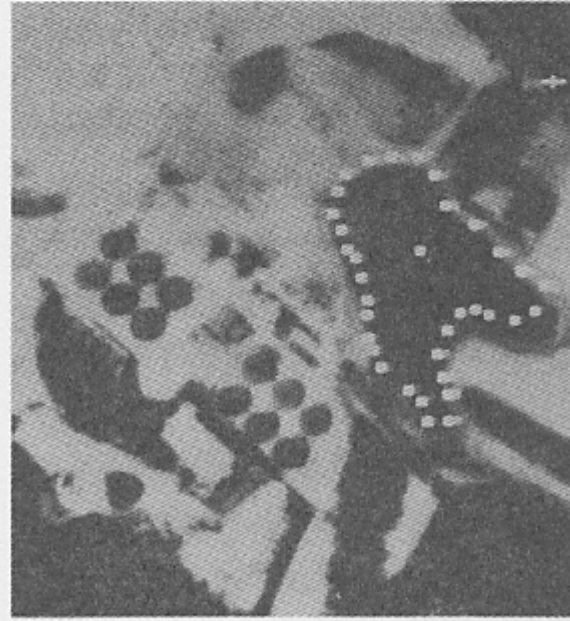
(a) 合成画像



(b) R表による投票結果



(c) 検出された図形



(d) 航空写真からの検出

写真1 一般化ハフ変換

一般化 Hough変換 による 特定形状パターンの 検出

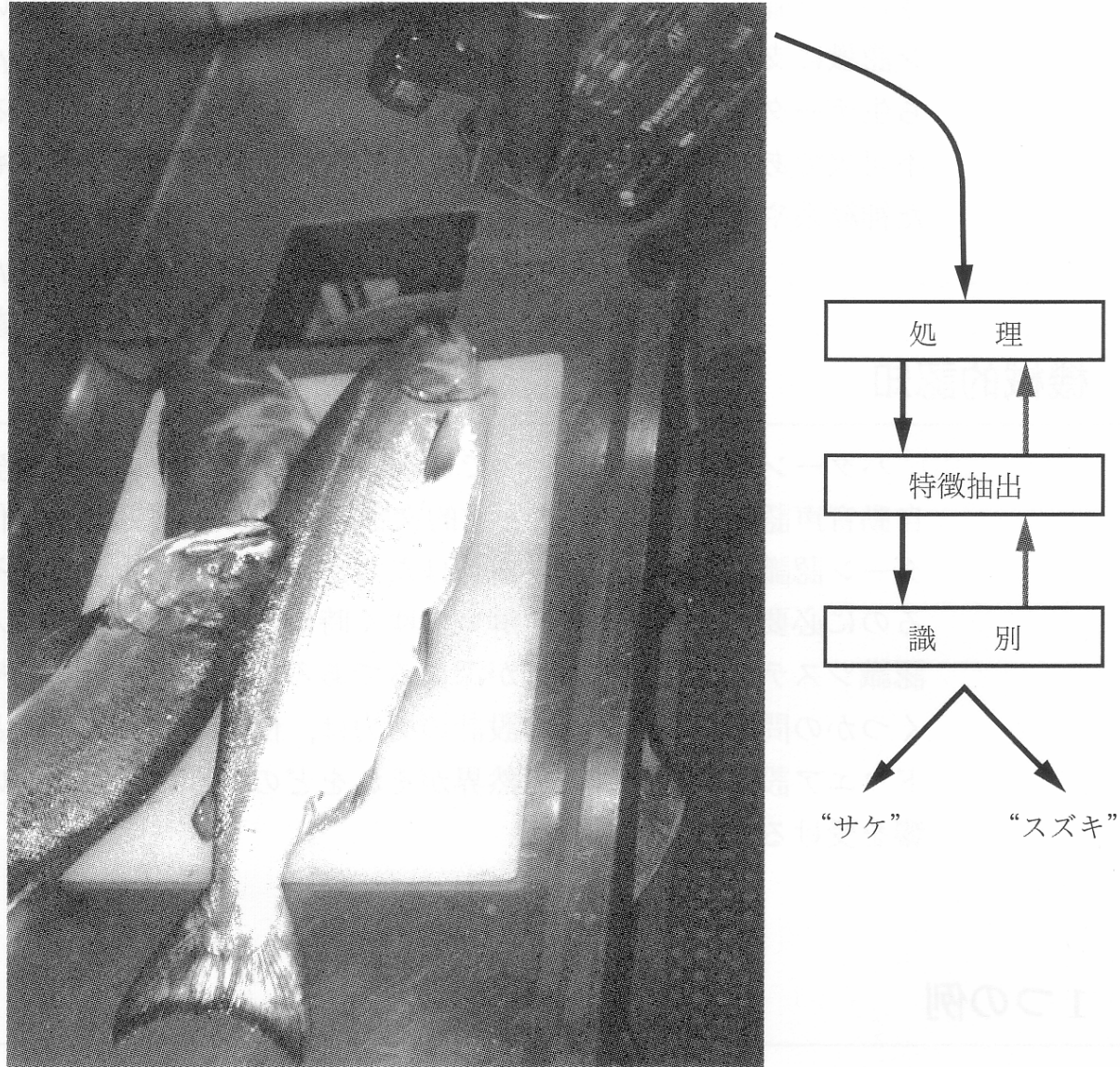
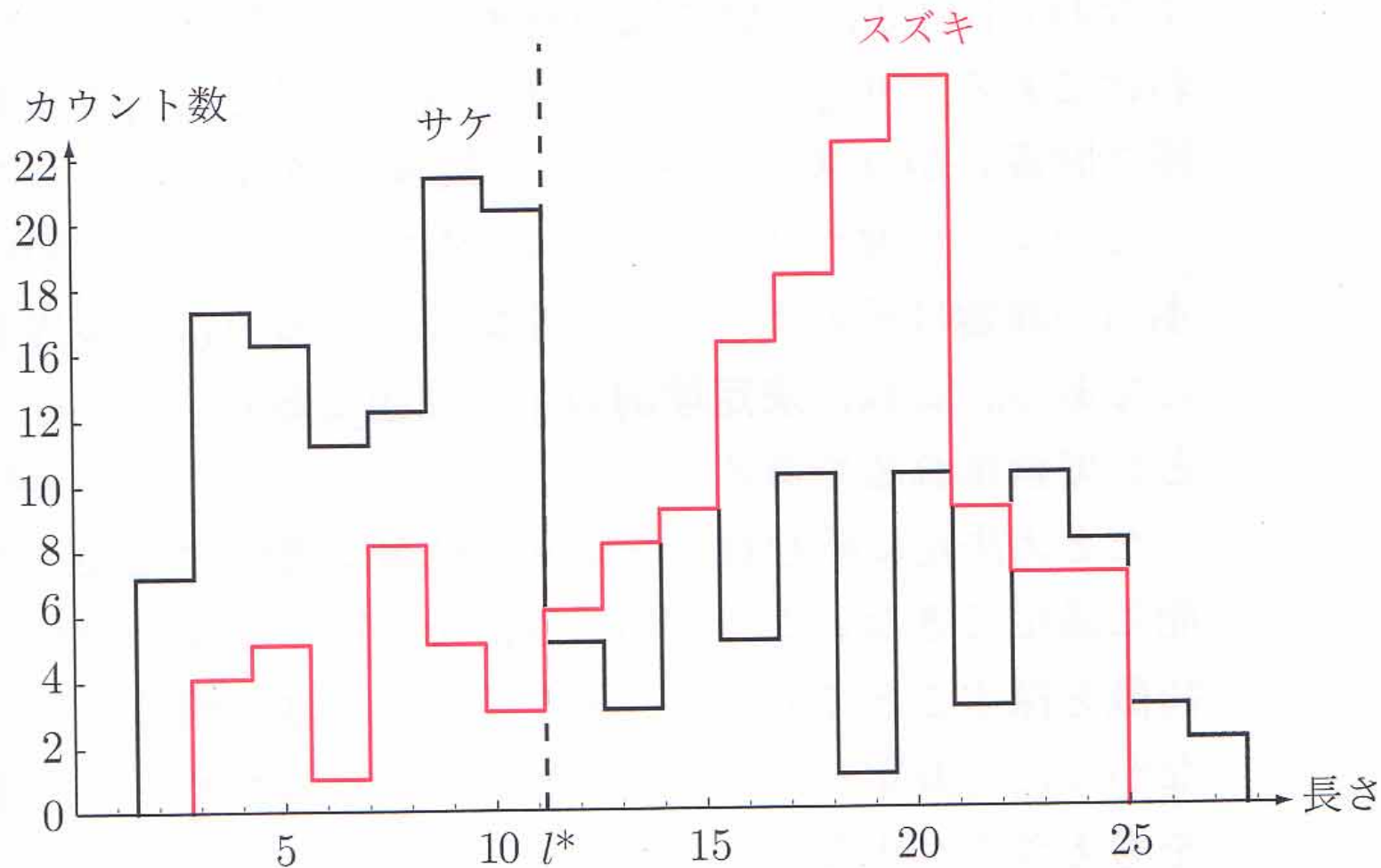
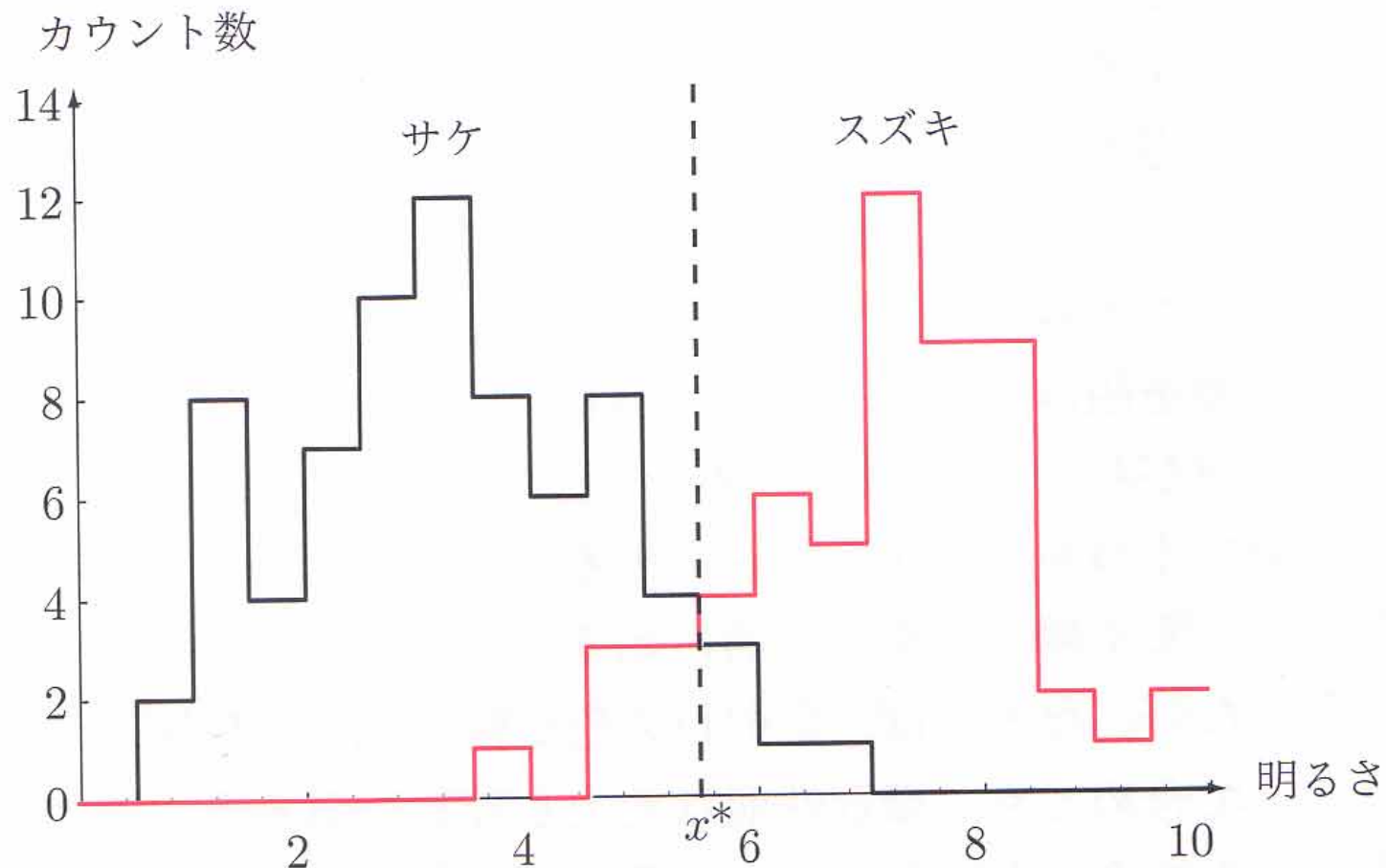


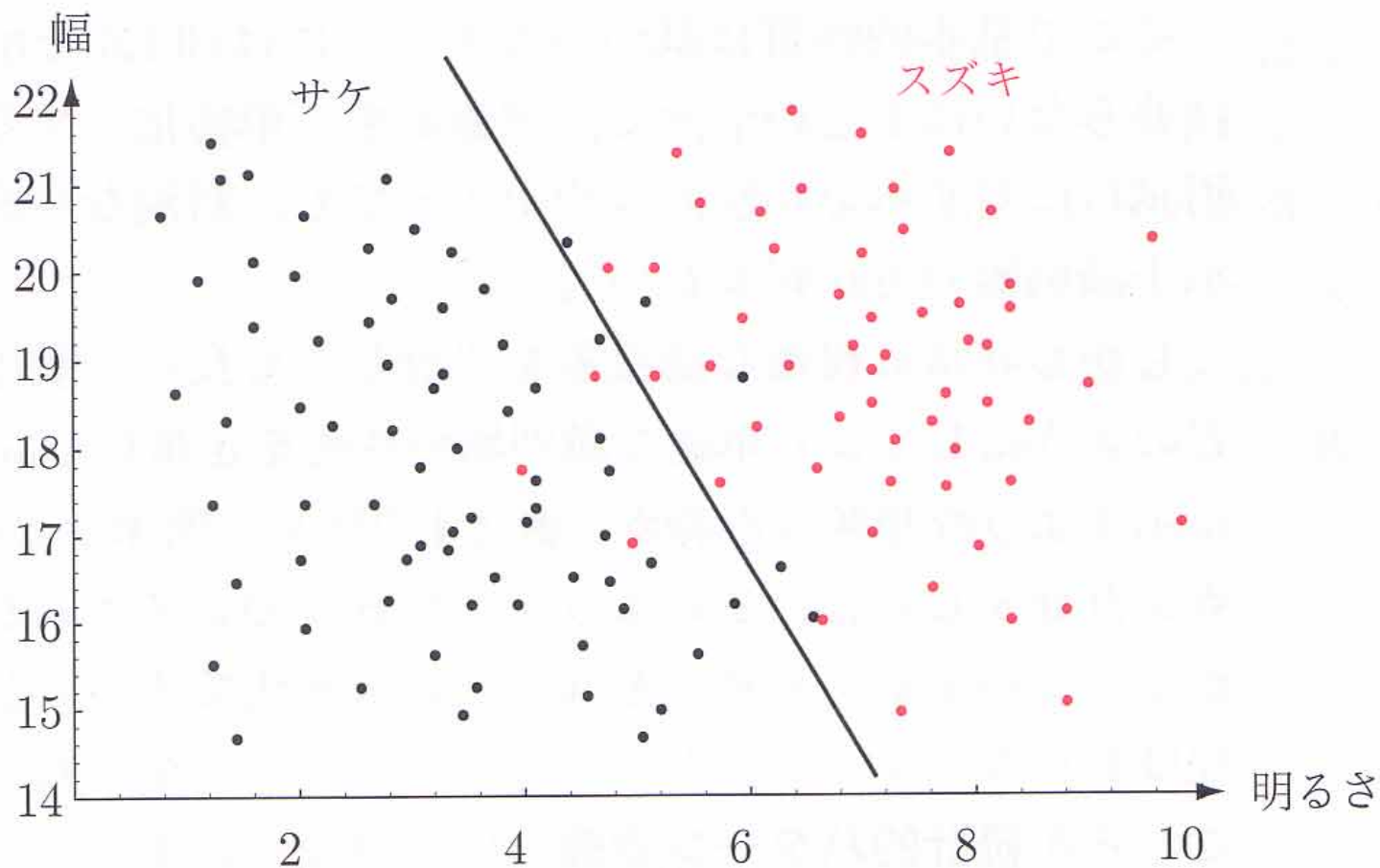
図 1.1 分類すべき対象物は、まず変換器（カメラ）で撮影され、その映像が前処理される。次にいくつかの特徴が抽出され、最終的に“サケ”か“スズキ”かの分類が出力される。この情報の流れは多くの場合、起点から識別器へと向かっているが、細い矢印で示したように後の段階での試験的または予備的応答にもとづいて、初期の段階の処理を変えるシステムもある。また他のシステムでは、たとえば分割処理と特徴抽出を同時に行うなど、複数の段階を1つの段階にまとめることがある。



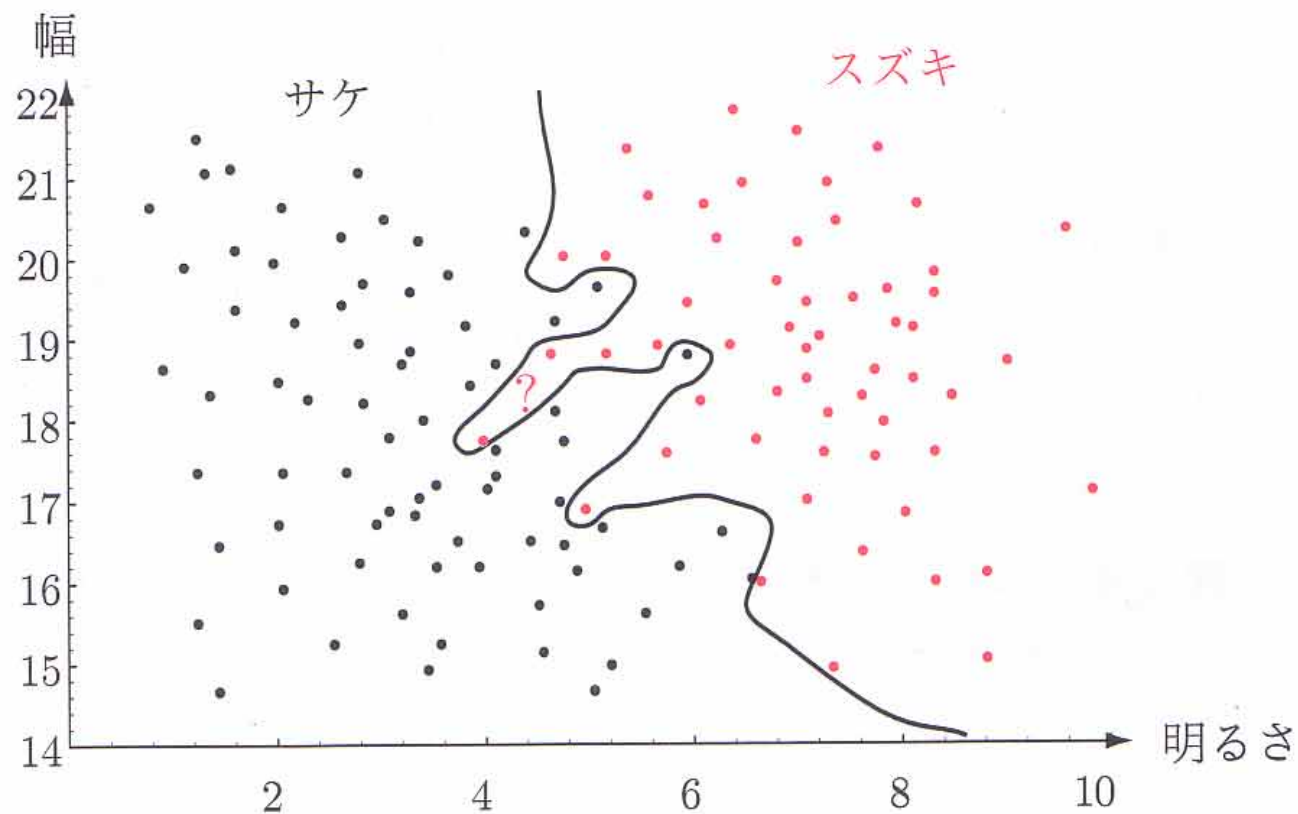
2つの種類に対する長さのヒストグラム。どんな閾値長さも、2つの種類をきっぱり分けることはできない。長さだけではどうしても間違いが生じる。 l^* と示したのは間違いの数を平均として最小にする値である。



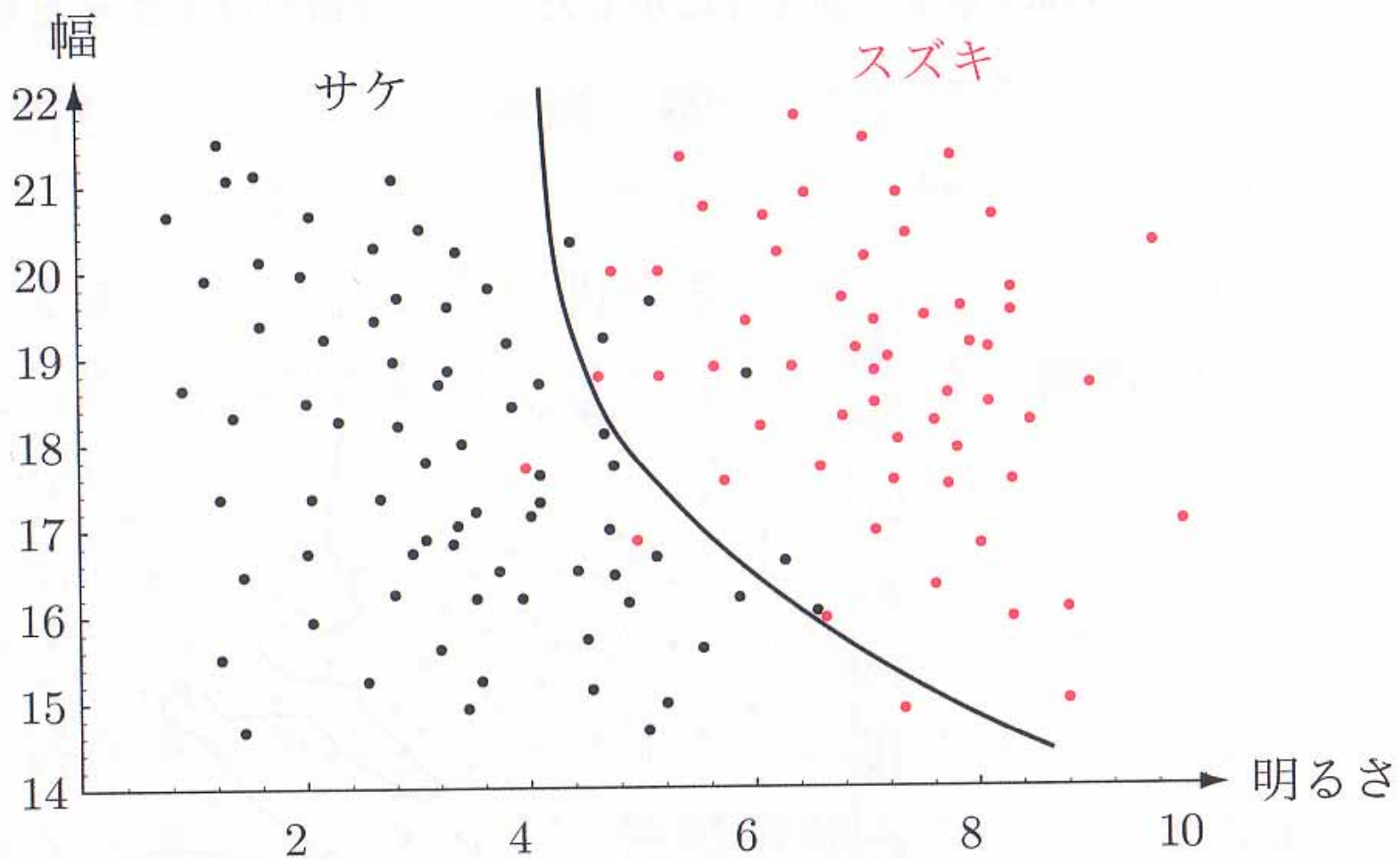
2つの種類に対する明るさのヒストグラム。どんな閾値 x^* (決定境界) も、2つの種類をきっぱり分けることはできない。明るさだけではどうしても間違いが生じる。 x^* と示したのは間違いの数を平均として最小にする値である。



スズキとサケの明るさと幅の2つの特徴。黒い線は識別器の決定境界を表している。全体としての分類誤差は、図 1.3 に示した1つの特徴だけを使った場合よりは低くなるが、それでも若干の誤差は残るであろう。



魚に対する過度に複雑なモデルは複雑な決定境界を与える。このような判定は訓練用試料に対しては完全な分類をしてくれるかもしれないが、新しく出てくるパターンに対してはうまく働かないであろう。図中「？」で示された新しい特徴点はたぶんサケであろうが、複雑な決定境界に従えばスズキになってしまう。



この決定境界は訓練用試料に対する分類性能と識別器の単純さとの最適なかねあい
新規なパターンに対して高い正確性を与えるであろう。

統計的決定法

<http://www.image.med.osaka-u.ac.jp/tamuras/book.html>

<http://www.image.med.osaka-u.ac.jp/tamuras/joho-kisoron.pdf>

第9章 pp.107-114

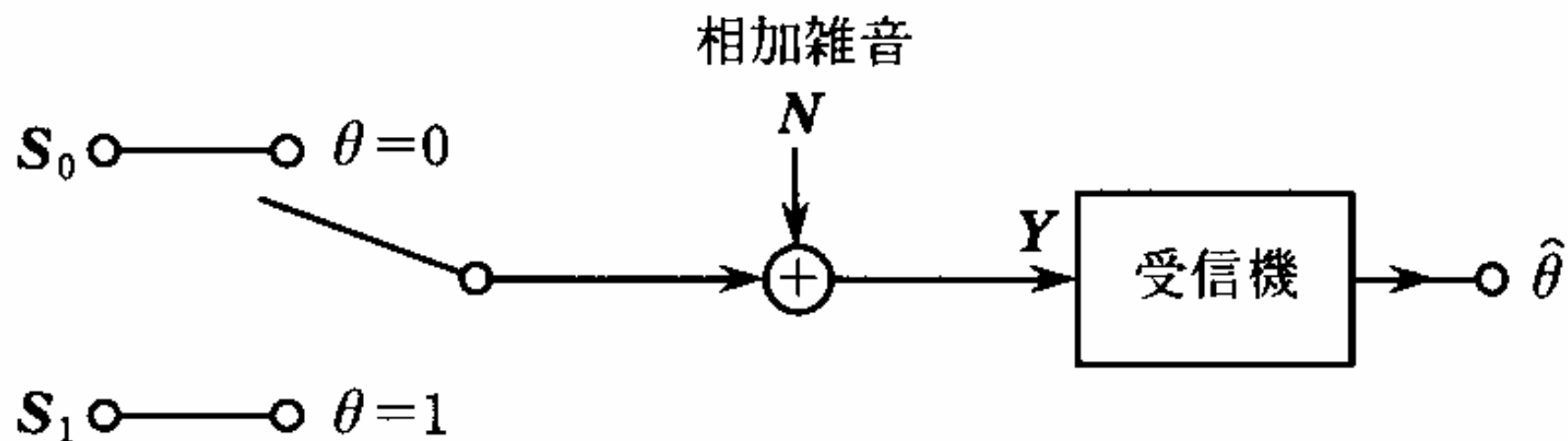


図 9.2 通信系モデル

受信ベクトル

$$Y = S_{\theta} + N$$

$$\lambda(\mathbf{Y}) = \frac{P(\theta=1 | \mathbf{Y})}{P(\theta=0 | \mathbf{Y})}$$

事後確率最大原理

$$= \frac{\frac{P(\theta=1) p(\mathbf{Y} | \theta=1)}{p(\mathbf{Y})}}{\frac{P(\theta=0) p(\mathbf{Y} | \theta=0)}{p(\mathbf{Y})}}$$

クラス生起確率が等しいとき

$$= \frac{p(\mathbf{Y} | \theta=1)}{p(\mathbf{Y} | \theta=0)}$$

ゆうど
尤度比検定

決定規則

$$\begin{cases} \lambda \geq 1 \text{ ならば } \hat{\theta} = 1, \\ \lambda < 1 \text{ ならば } \hat{\theta} = 0 \end{cases}$$

正規雑音を仮定

$$p(\mathbf{N}) = \frac{1}{\sqrt{|2\pi\boldsymbol{\Sigma}|}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathbf{N}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{N}^T\right\}$$

\mathbf{N} より, \mathbf{Y} の条件付き確率密度関数は

$$p(\mathbf{Y} | \theta) = |2\pi\boldsymbol{\Sigma}|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} (\mathbf{Y} - \mathbf{S}_\theta) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{S}_\theta)^T\right\}$$

尤度比

$$\begin{aligned} \lambda(\mathbf{Y}) &= \frac{p(\mathbf{Y} | \theta=1)}{p(\mathbf{Y} | \theta=0)} \\ &= \exp\left\{-\frac{1}{2} [(\mathbf{Y} - \mathbf{S}_1) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{S}_1)^T - (\mathbf{Y} - \mathbf{S}_0) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{S}_0)^T]\right\} \end{aligned}$$

$\Sigma = \sigma^2 I$ のとき

$$\lambda(\mathbf{Y}) = \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \{ (\mathbf{Y} - \mathbf{S})(\mathbf{Y} - \mathbf{S})^T - \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T \} \right]$$

距離による識別

$$\begin{cases} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T \geq (\mathbf{Y} - \mathbf{S})(\mathbf{Y} - \mathbf{S})^T \text{ ならば } \hat{\theta} = 1, \\ \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T < (\mathbf{Y} - \mathbf{S})(\mathbf{Y} - \mathbf{S})^T \text{ ならば } \hat{\theta} = 0, \end{cases}$$

相関による識別

$$\begin{cases} \mathbf{Y}\mathbf{S}^T \geq \frac{1}{2} \mathbf{S}\mathbf{S}^T \text{ ならば } \hat{\theta} = 1, \\ \mathbf{Y}\mathbf{S}^T < \frac{1}{2} \mathbf{S}\mathbf{S}^T \text{ ならば } \hat{\theta} = 0 \end{cases}$$

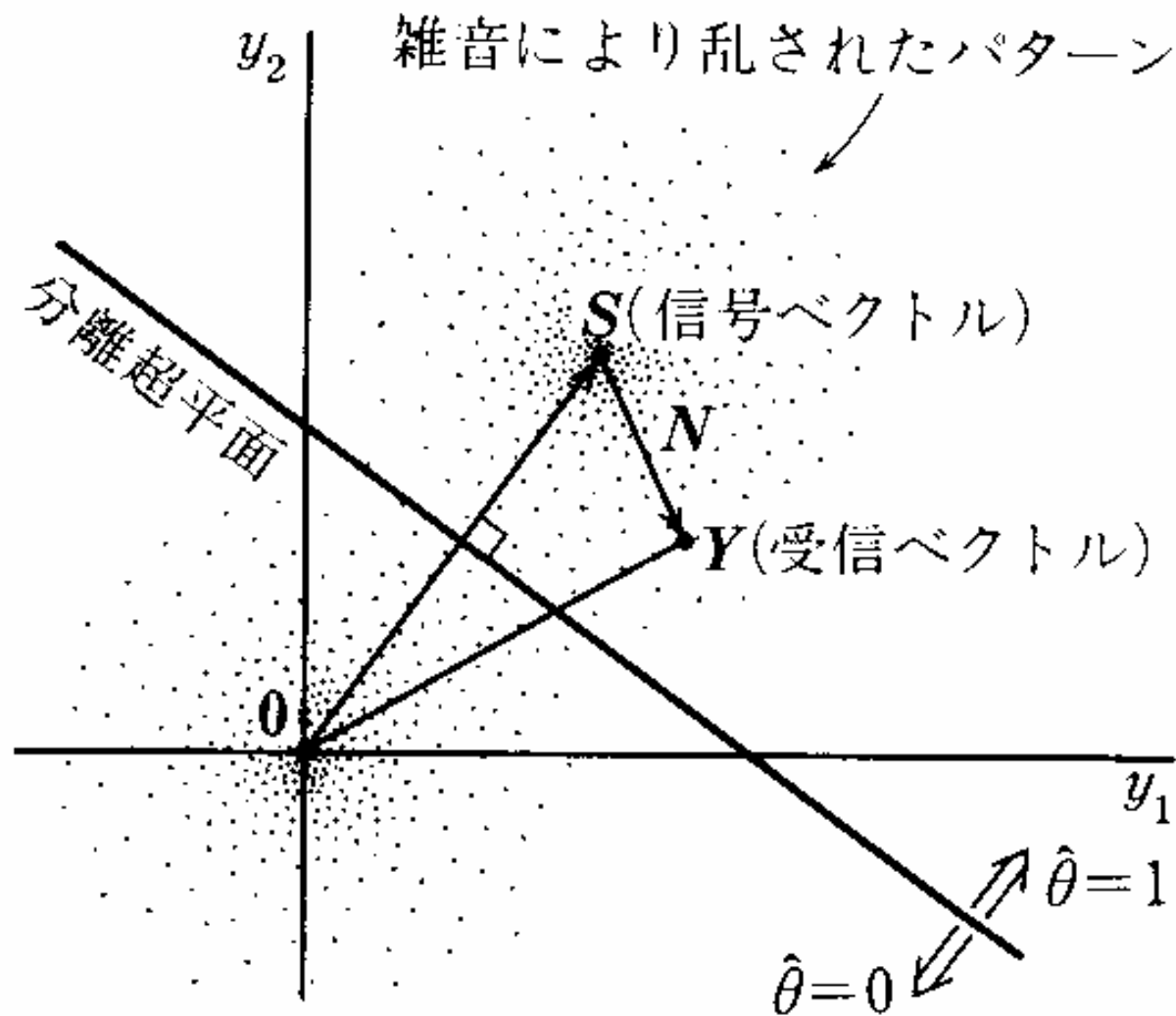


図 9.3 分離超平面 ($n=2$)

一般の場合

$$\begin{aligned}\lambda(\mathbf{Y}) &= \exp\left[-\frac{1}{2}\{(\mathbf{Y}-\mathbf{S})\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{Y}-\mathbf{S})^T - \mathbf{Y}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{Y}^T\}\right] \\ &= \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{Y}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{Y}^T - 2\mathbf{Y}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S}^T + \mathbf{S}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S}^T - \mathbf{Y}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{Y})\right] \\ &= \exp\left(\mathbf{Y}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S}^T - \frac{1}{2}\mathbf{S}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S}^T\right)\end{aligned}$$

これと 1 との大小を比較することから、決定規則はつぎのようになる。

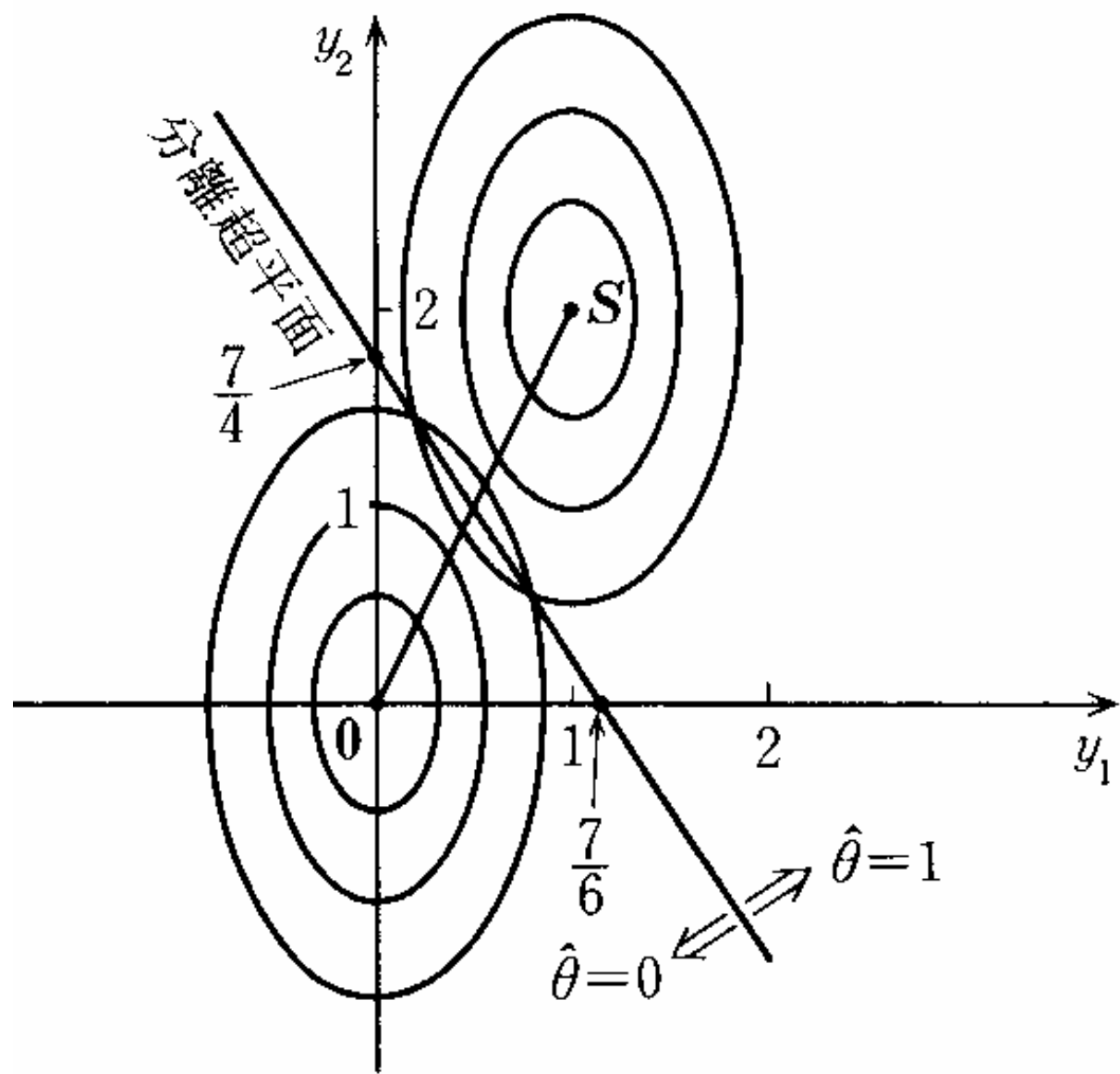
$$\begin{cases} \mathbf{Y}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S}^T \geq \frac{1}{2}\mathbf{S}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S}^T \text{ ならば, } \hat{\theta}=1, \\ \mathbf{Y}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S}^T < \frac{1}{2}\mathbf{S}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S}^T \text{ ならば, } \hat{\theta}=0. \end{cases}$$

例 $S = [1 \ 2], \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ のとき

$$\Sigma^{-1}S^T = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad S\Sigma^{-1}S^T = [1 \ 2] \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = 7$$

ここで, $Y = [y_1 \ y_2]$ とおくと, 識別関数は

$$[y_1 \ y_2] \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} - \frac{7}{2} = 3y_1 + 2y_2 - \frac{7}{2}.$$



課題3

2次元特徴空間において、2つのパターンクラス0と1があり、それらの生起確率は各0.5で、それぞれ平均が S_0 , S_1 , 分散が Σ_0 , Σ_1 の正規分布をする。観測値 y に対して尤度比は

$$L(y) = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{1}{2}(y-S_1)^T \Sigma_1^{-1} (y-S_1) - \frac{1}{2}(y-S_0)^T \Sigma_0^{-1} (y-S_0)\right]$$
となることを示せ。()内には適切な値を入れよ。

また、

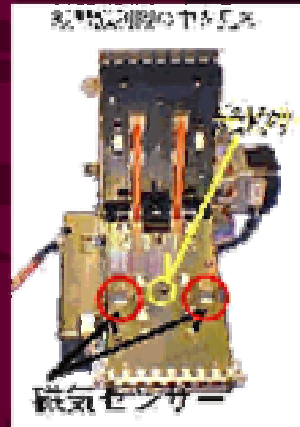
$$S_0 = (0, 0) \quad \Sigma_0 = I$$

$$S_1 = (2, 0) \quad \Sigma_1 = 2I$$

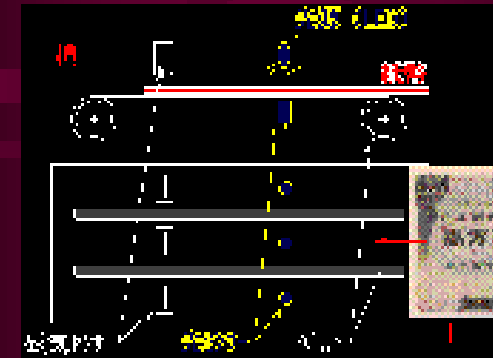
の時、識別面を図示して説明せよ。 $\ln 2 = 0.693$ である。

偽造紙幣の識別は？

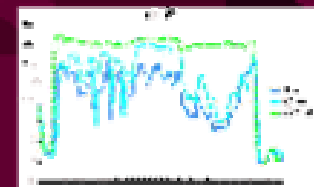
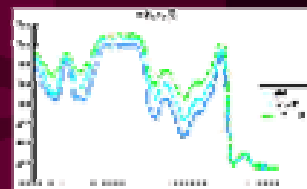
- 紙幣の図柄を読む
光センサーを使用
- インクの磁性体を読む
磁気センサーを使用

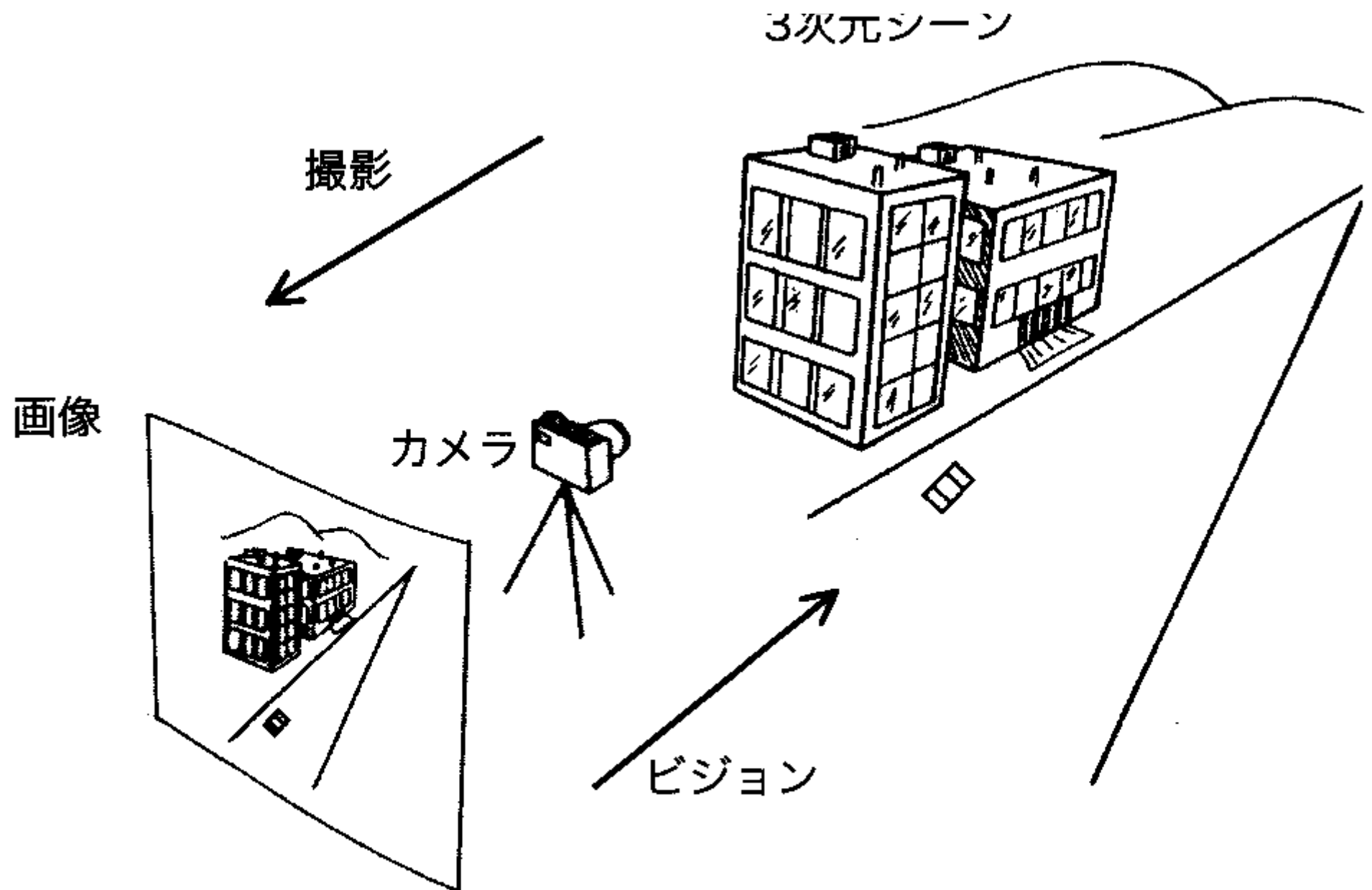


識別機の仕組み



識別能力





図_1 3次元シーン カメラと画像

CG・仮想現実

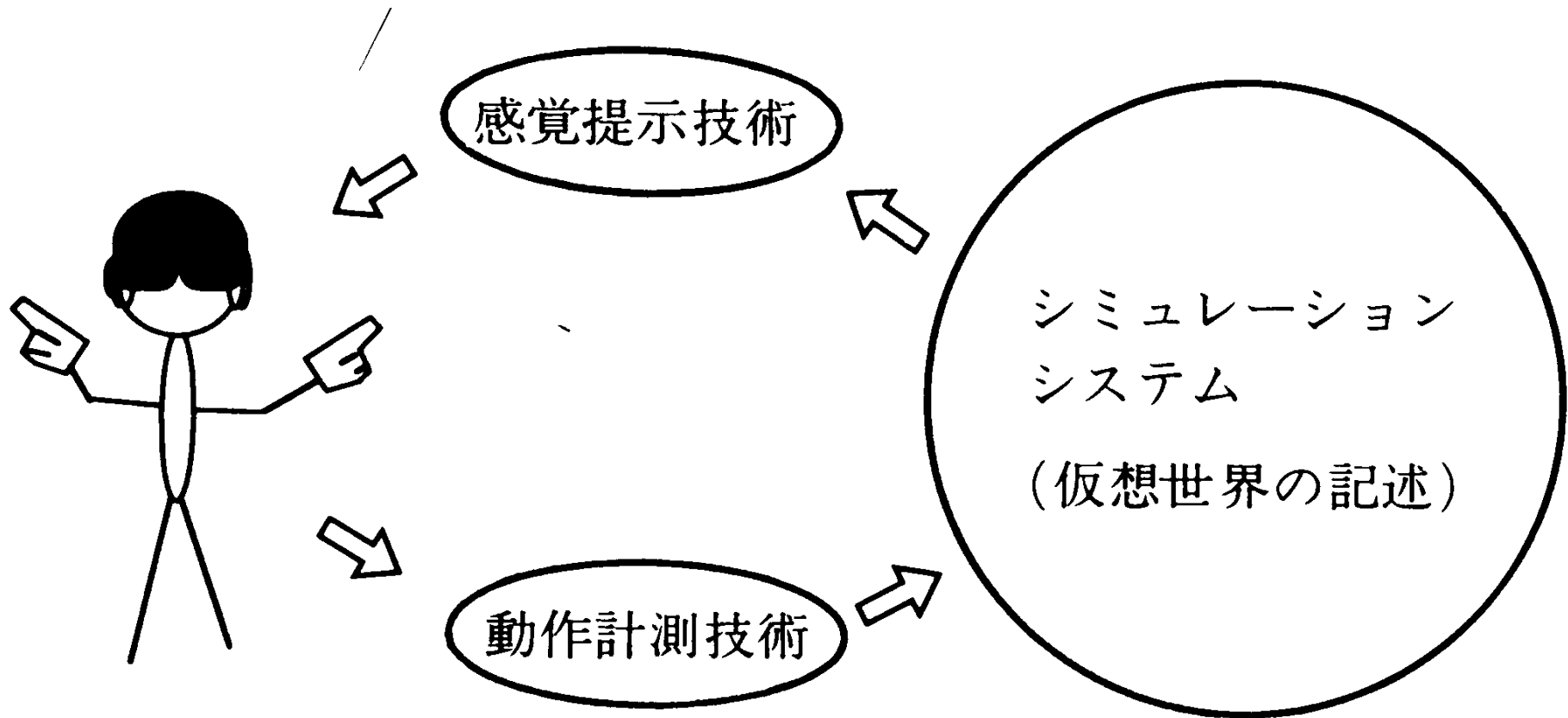


図 5.12 VRの要素技術

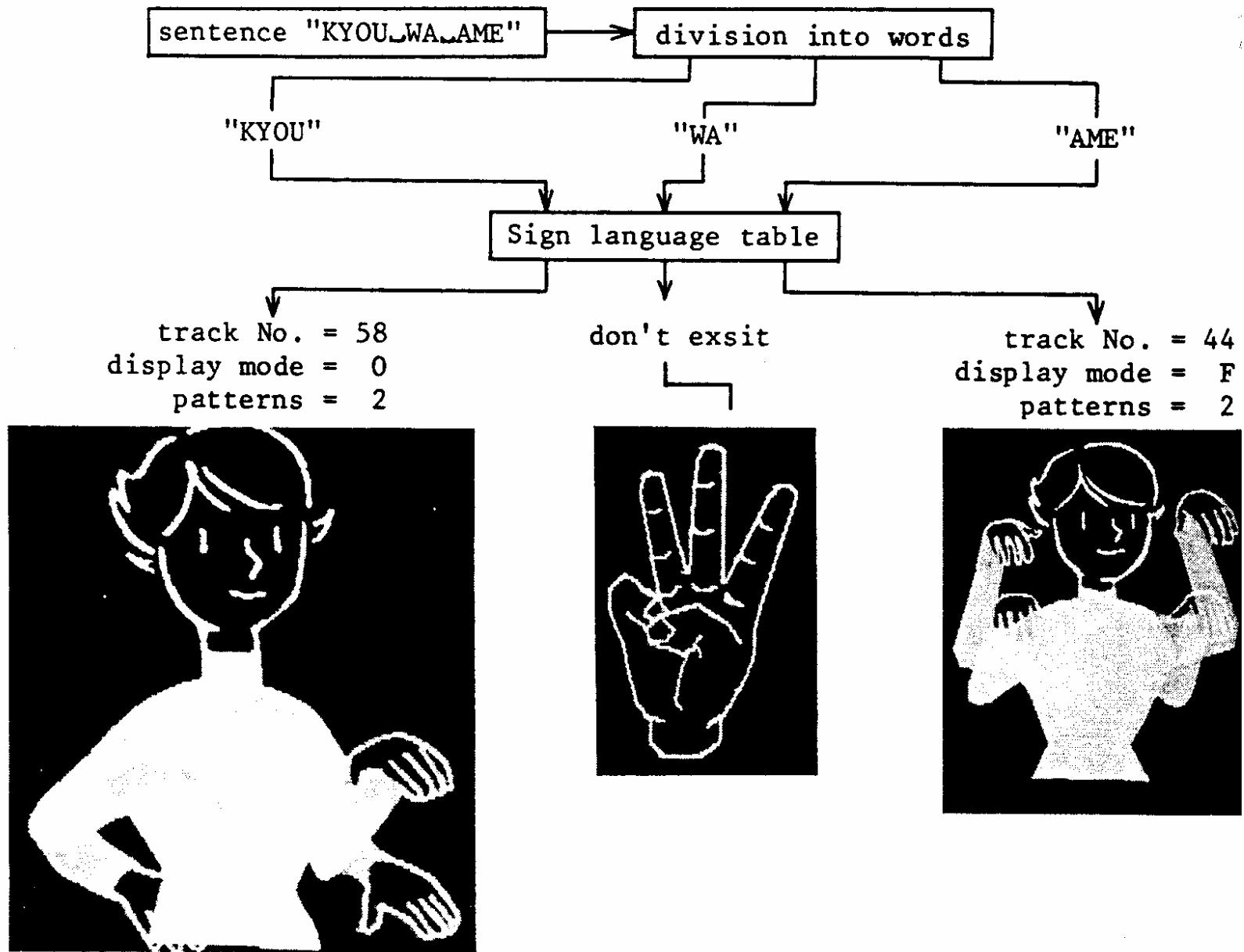


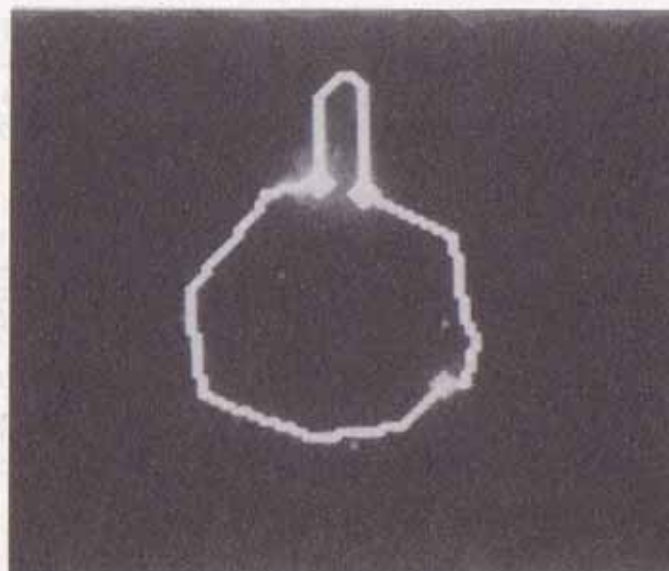
Fig. 13. Display method of sign language.



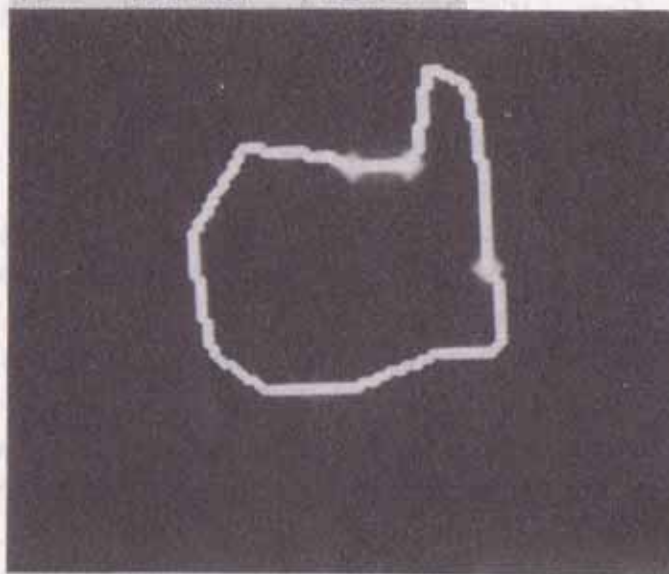
"Younger sister" or "younger brother"



"elder sister" or "elder brother"



(a) "Brother" (H2FuP-)



(b) "Sister" or "woman" (H4FuP-)

Fig. 10. Polygon of right hand. Root vertices of finger are marked by bright spot. (a) "brother" (H2FuP-); (b) "sister" or "woman" (H4FuP-).

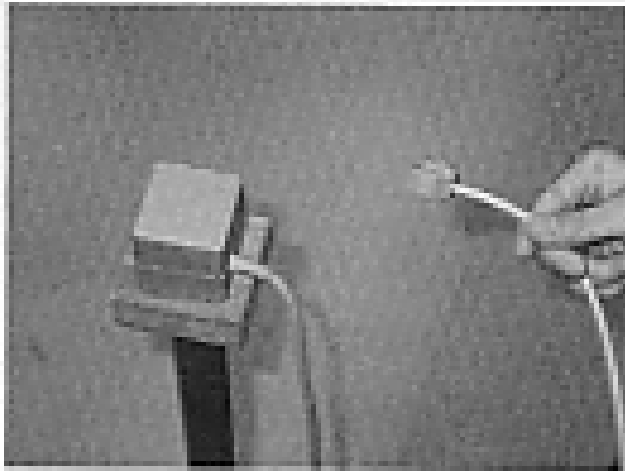


図 5.13 ISPACE

磁気式3次元位置計測装置

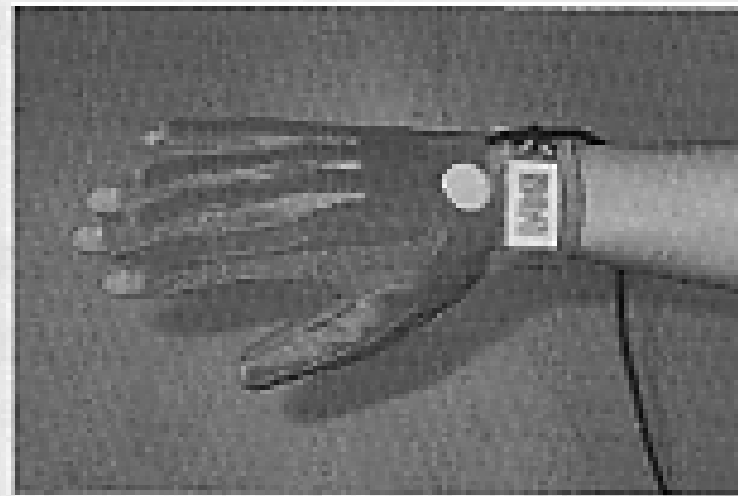


図 5.14 Super Glove



図 5.15 Power Glove

手形状入力用 Data glove

VRのための計測装置



5.17 HMD

HMD

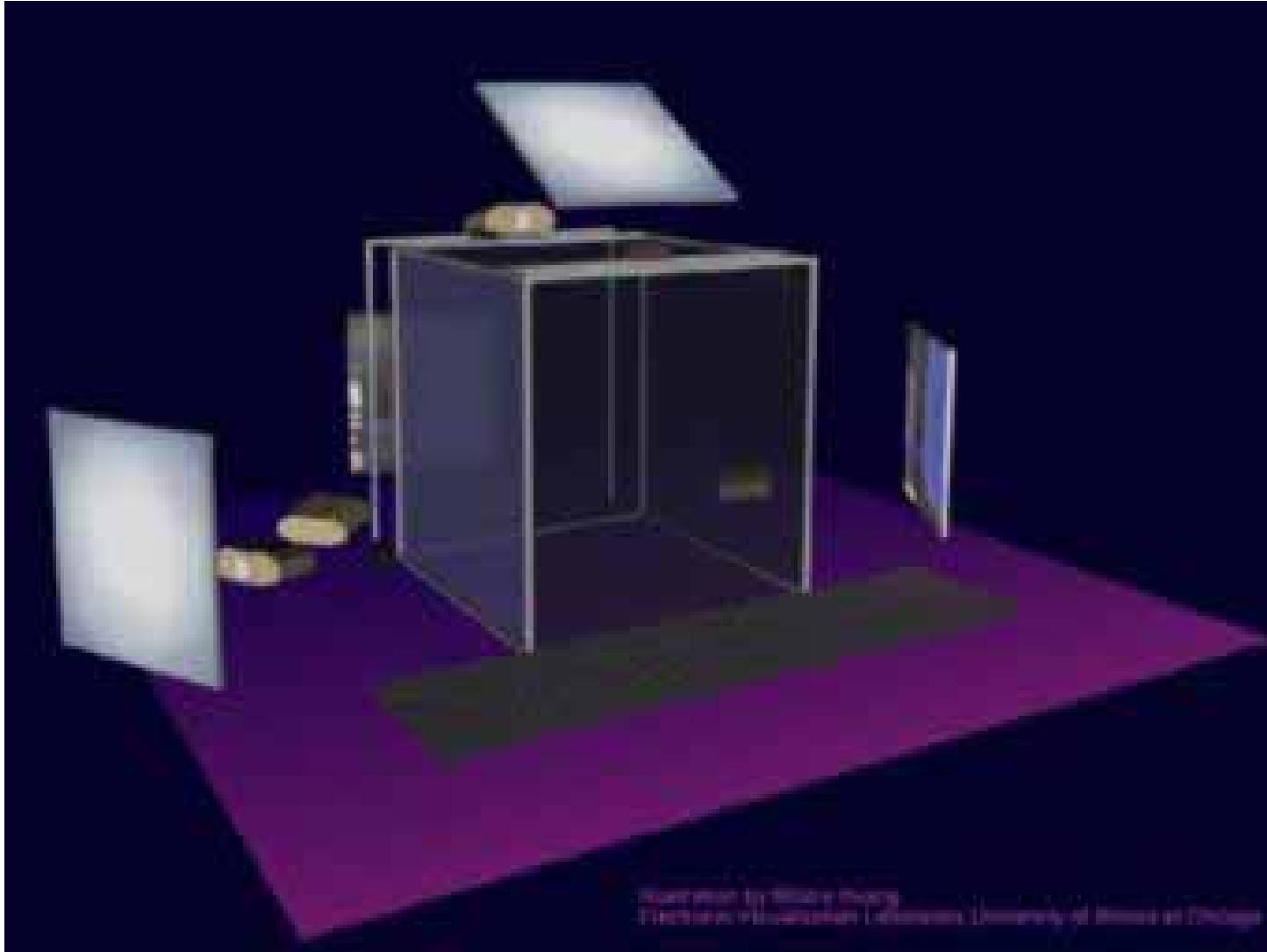


図 5.14 液晶めがね

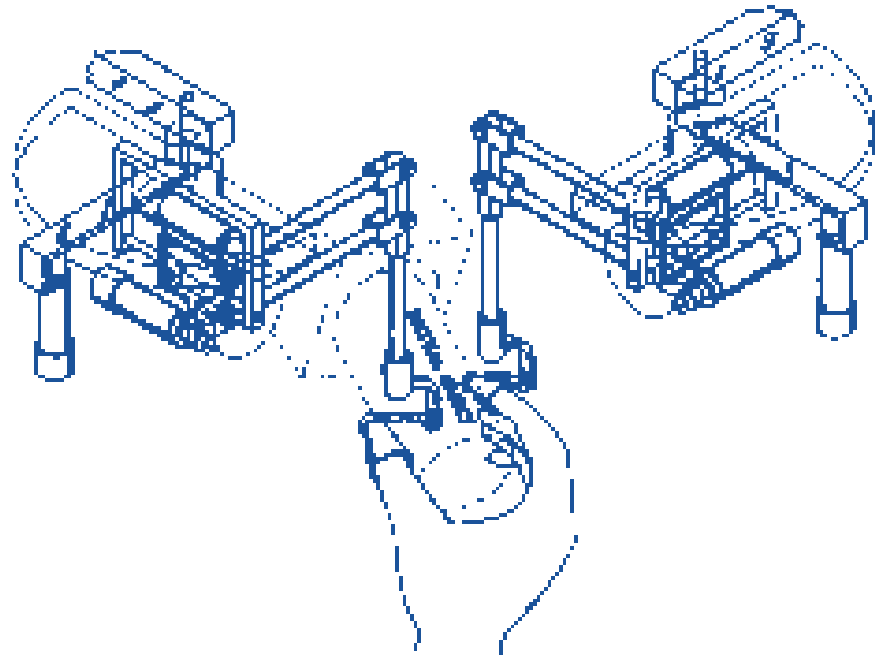
液晶めがね



磁気3次元位置センサー



CAVE (部屋型広範囲表示装置)



力覚装置 (Hapticdevice; Phantom)

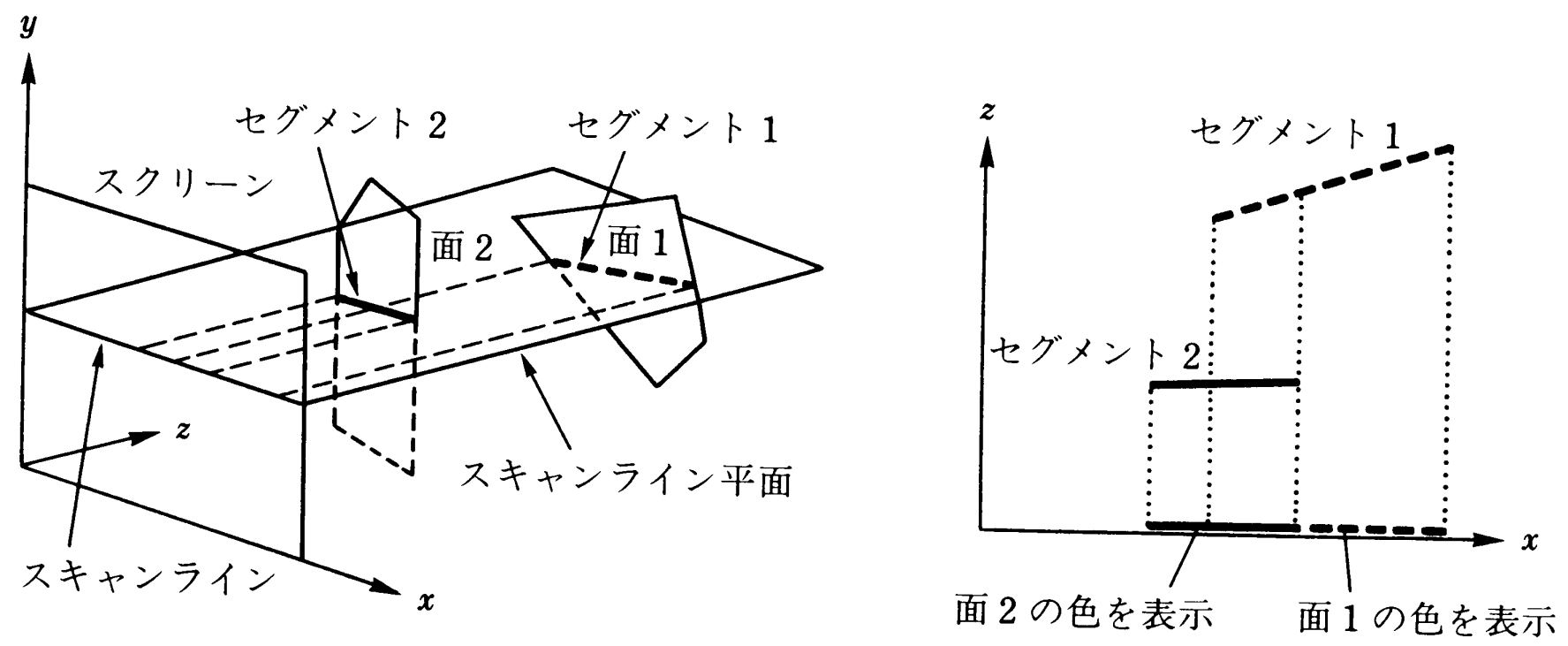


図 5.2 スキャンライン法

3次元表示—スキャンライン法

視点

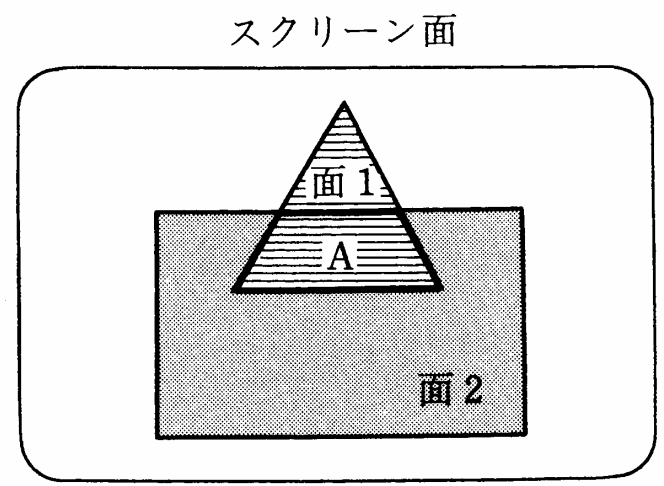
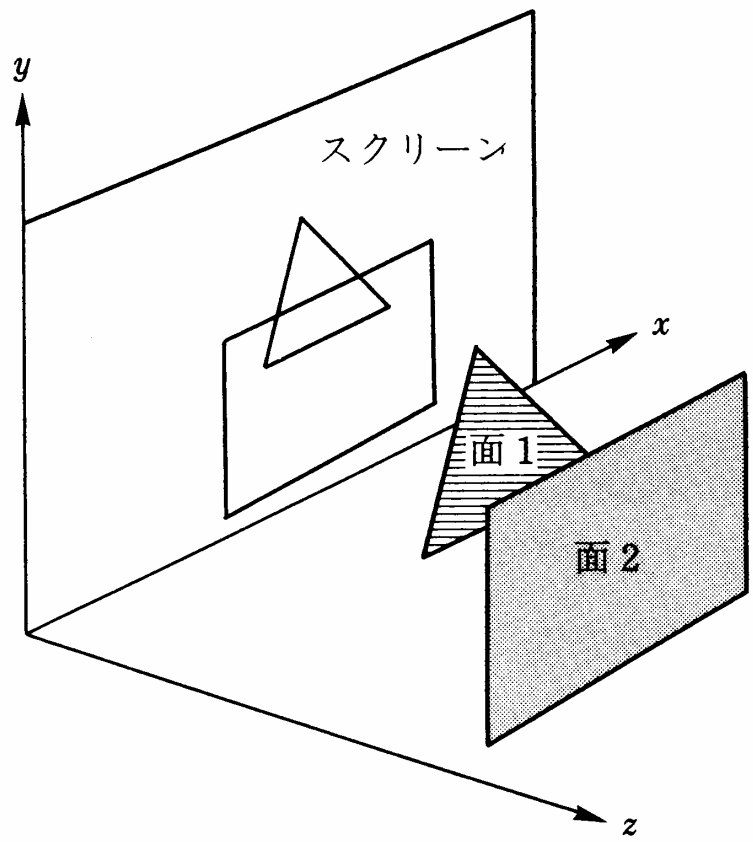


図 5.3 Zバッファ法

3次元表示 - Zバッファ法

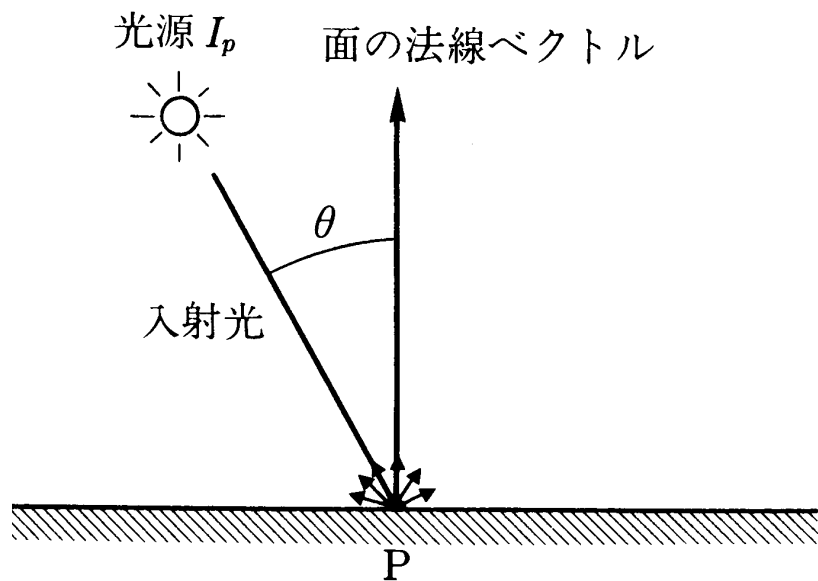


図 5.4 入射光の散光による輝度

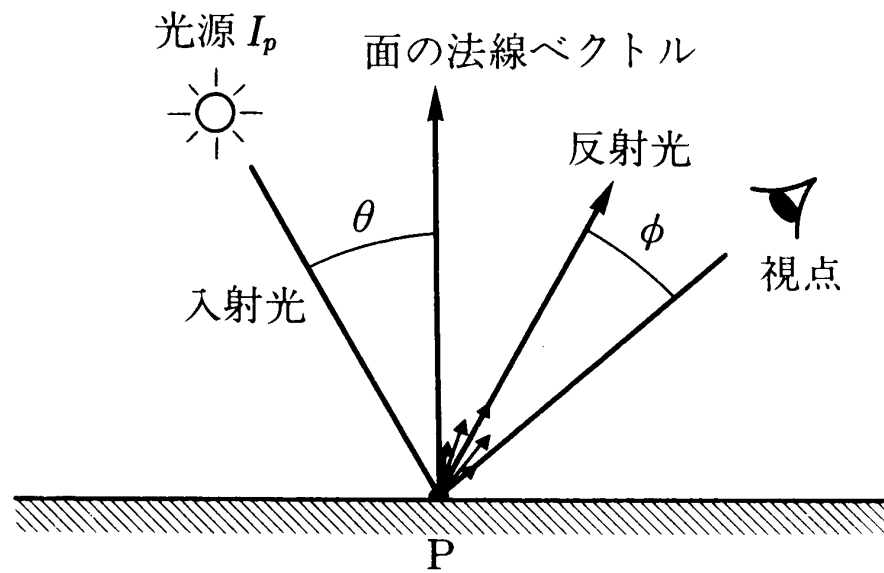


図 5.5 正反射による輝度

反射・散乱による面の明るさ

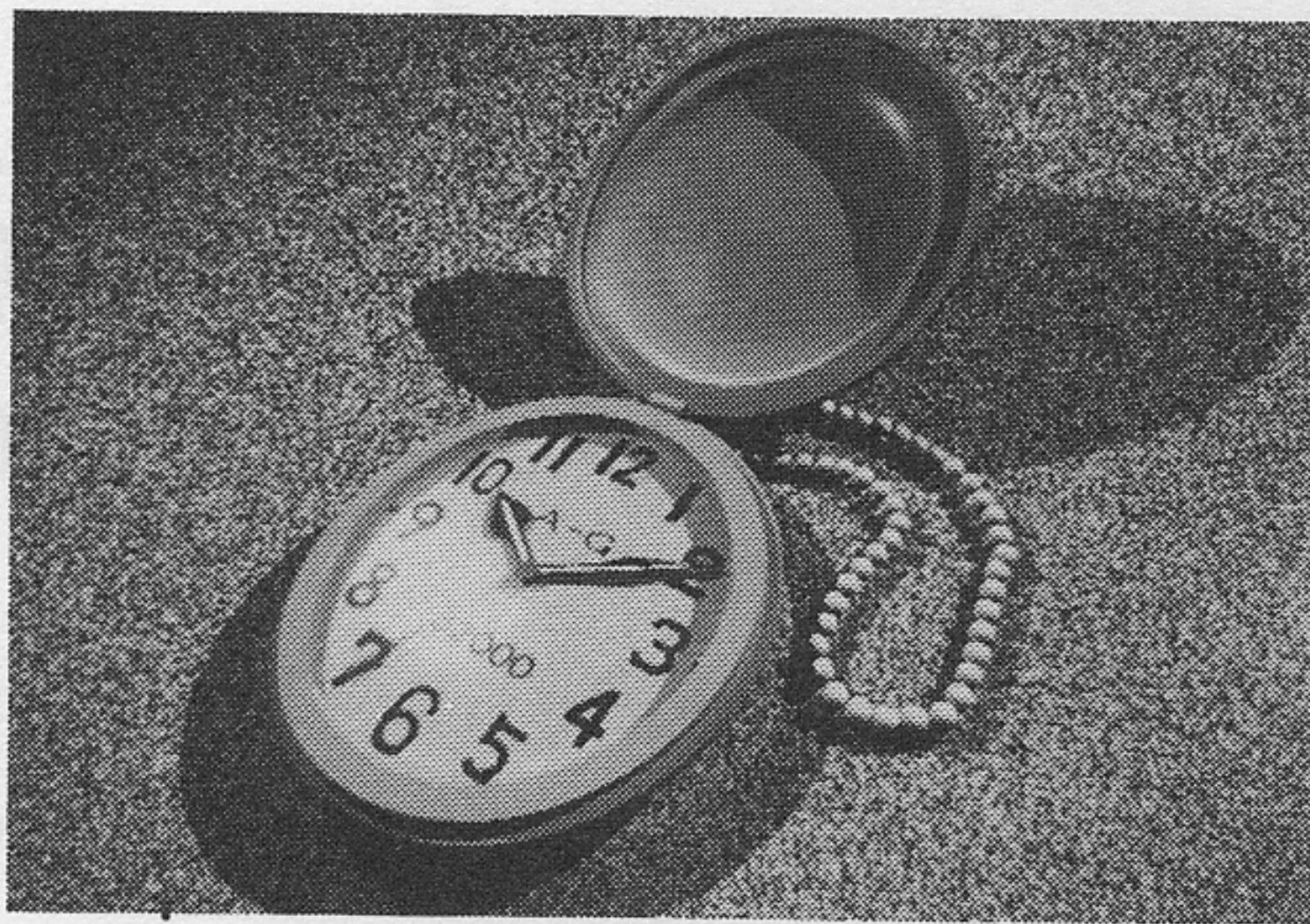
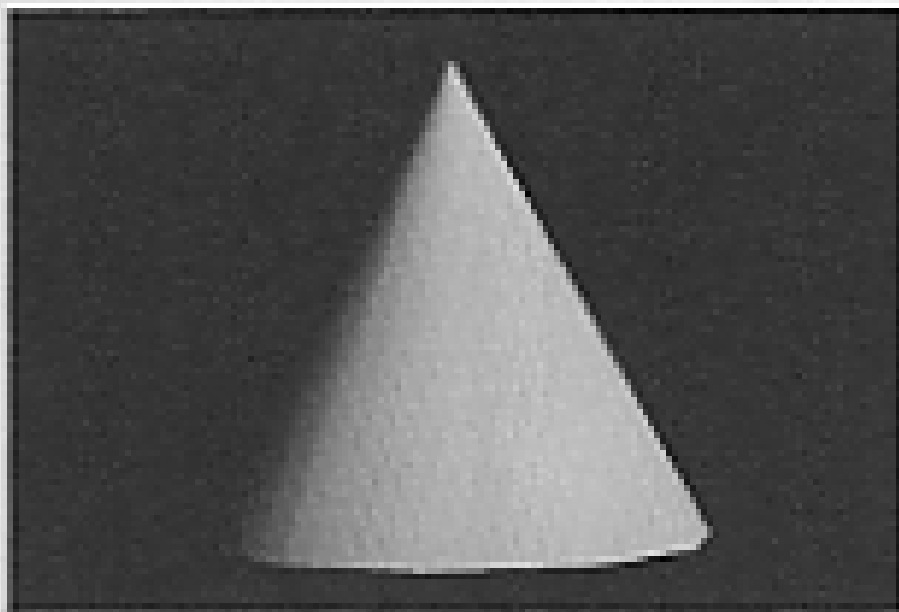
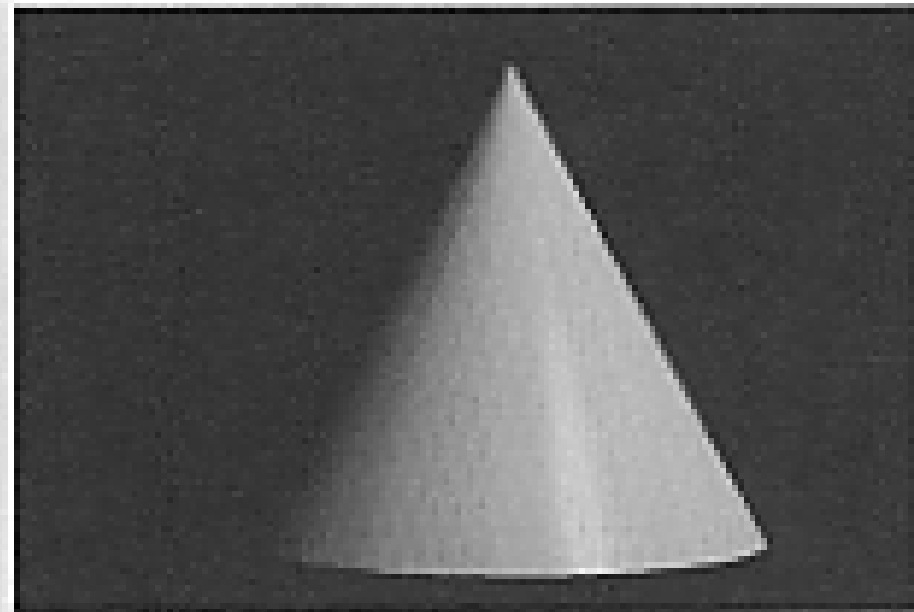


図 5.1 製品のCG画像



(a) グレーシェーディング



(b) フォンシェーディング

図 5.7 スムーズシェーディング

シェーディング

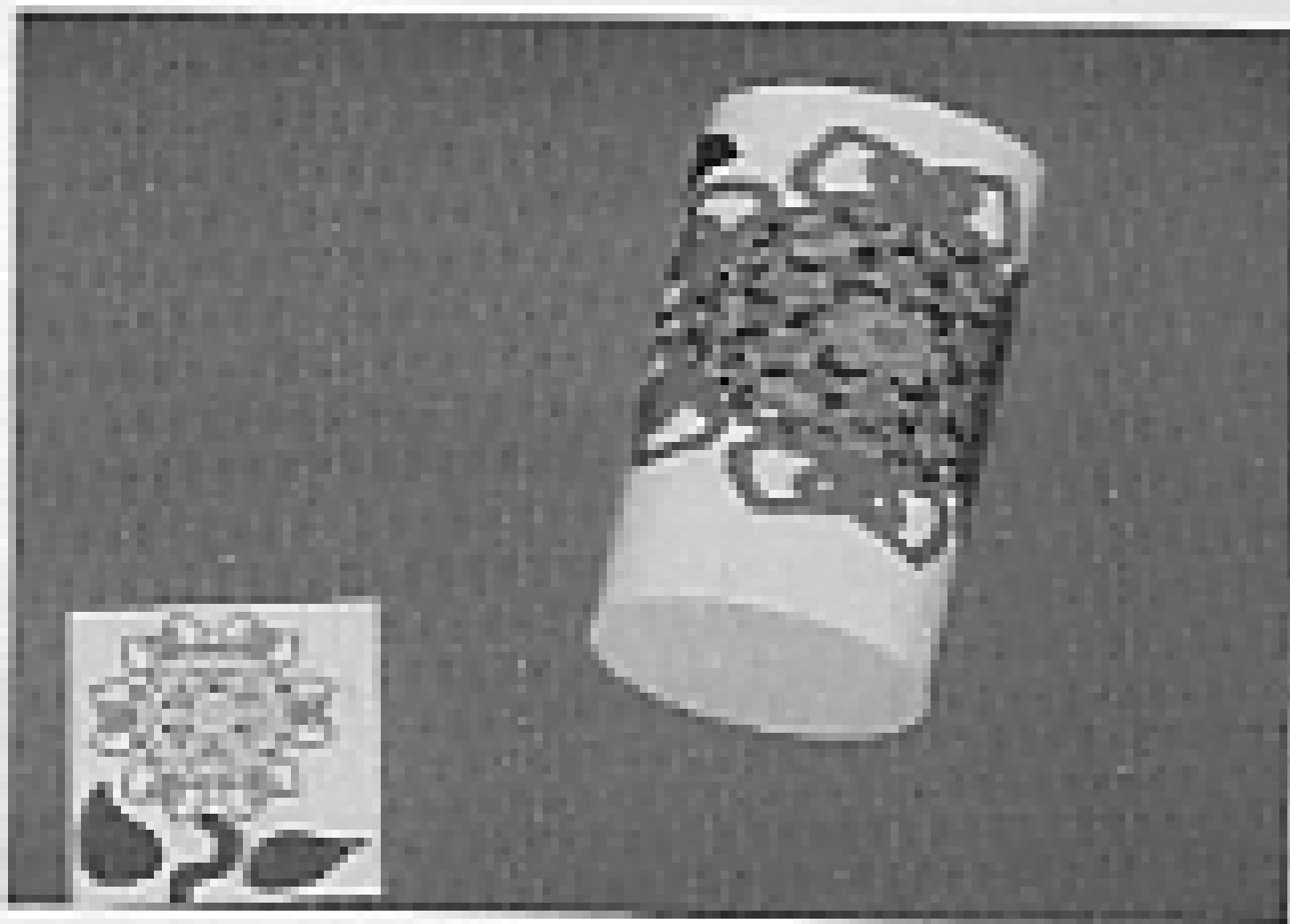


図 5.10 テクスチャマッピングによる画像

テクスチャマッピング

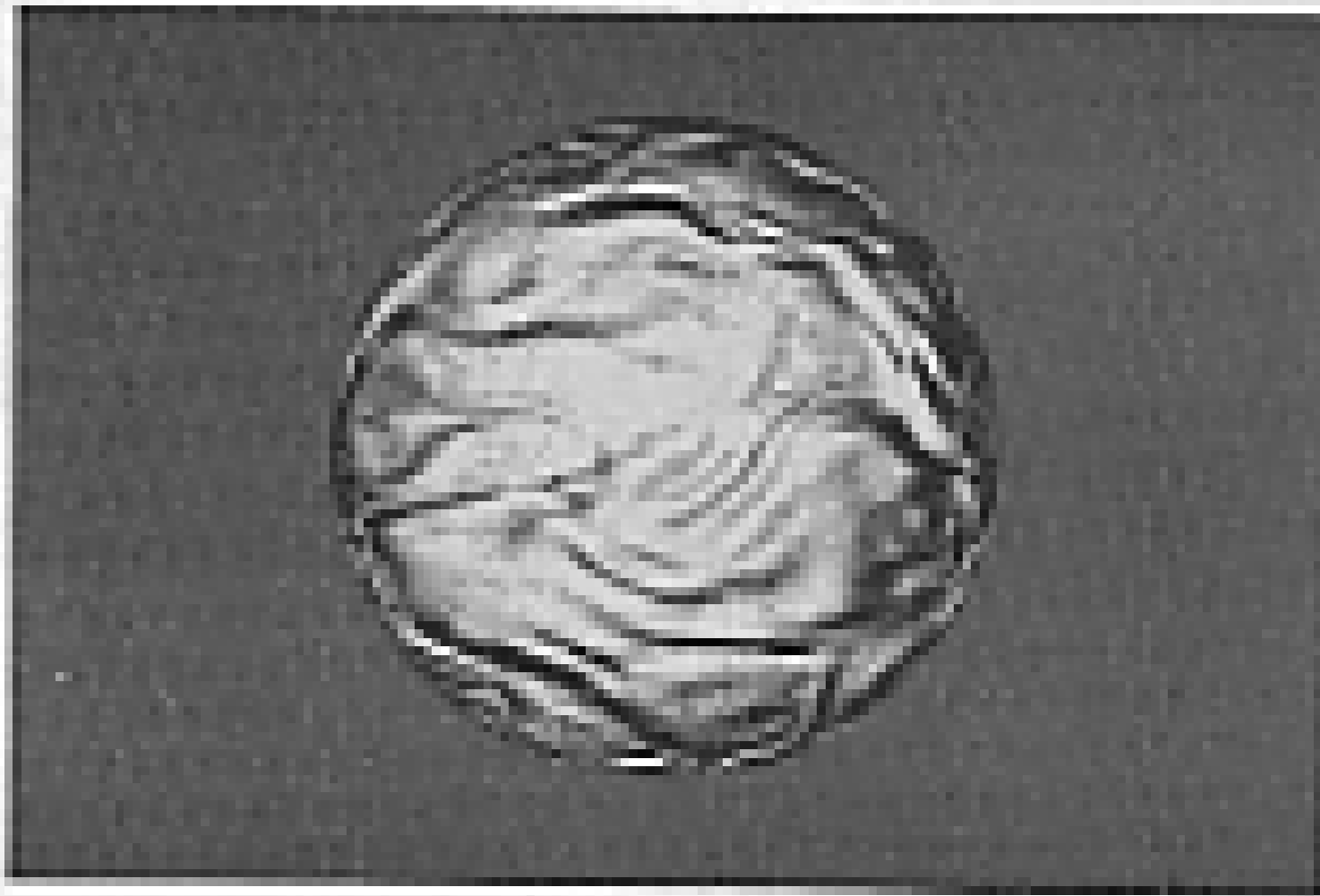


図 5.11 バンプマッピングの例
バンプマッピング

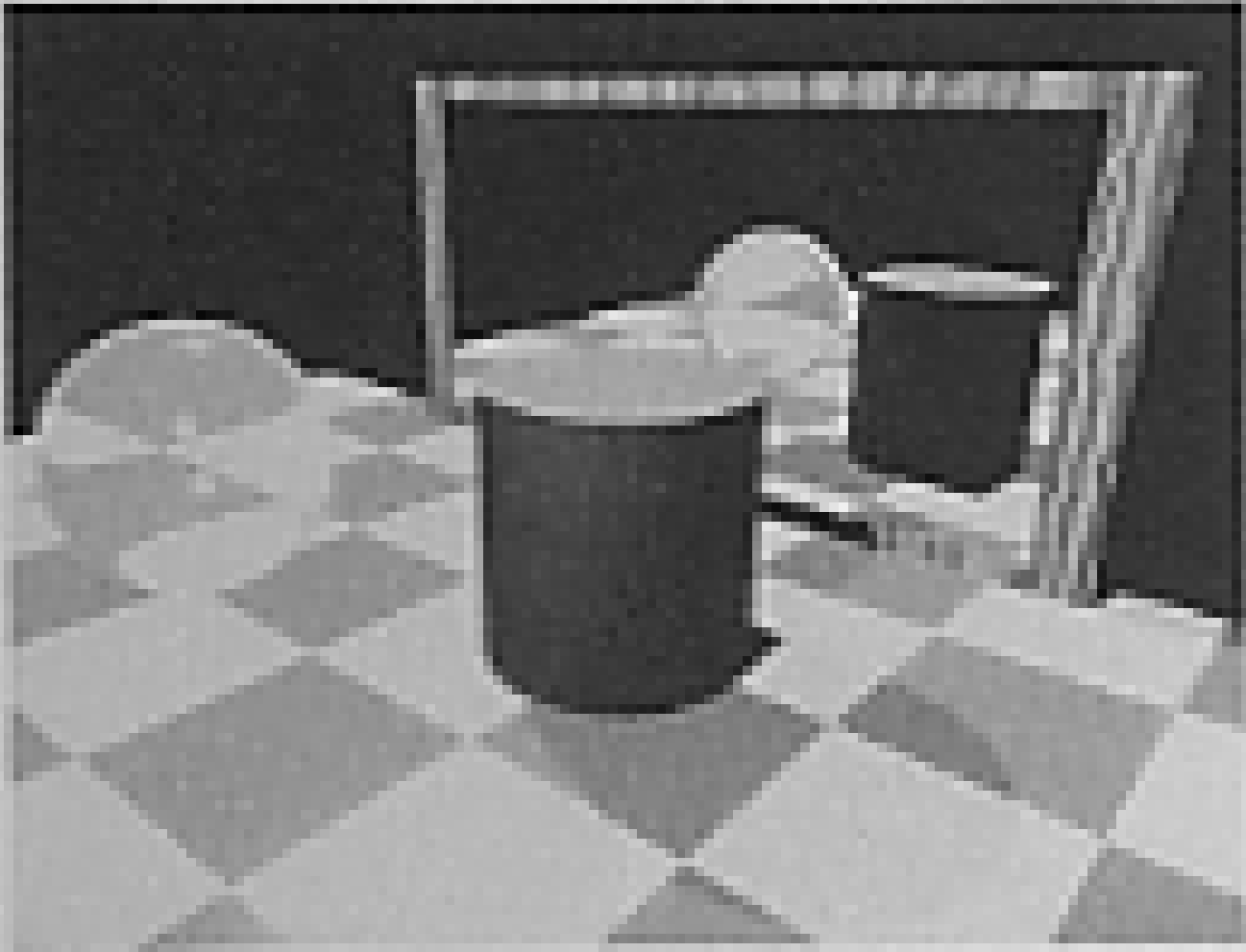


図 5.8 レイトレーシングによる画像

レイトレーシングによる画像

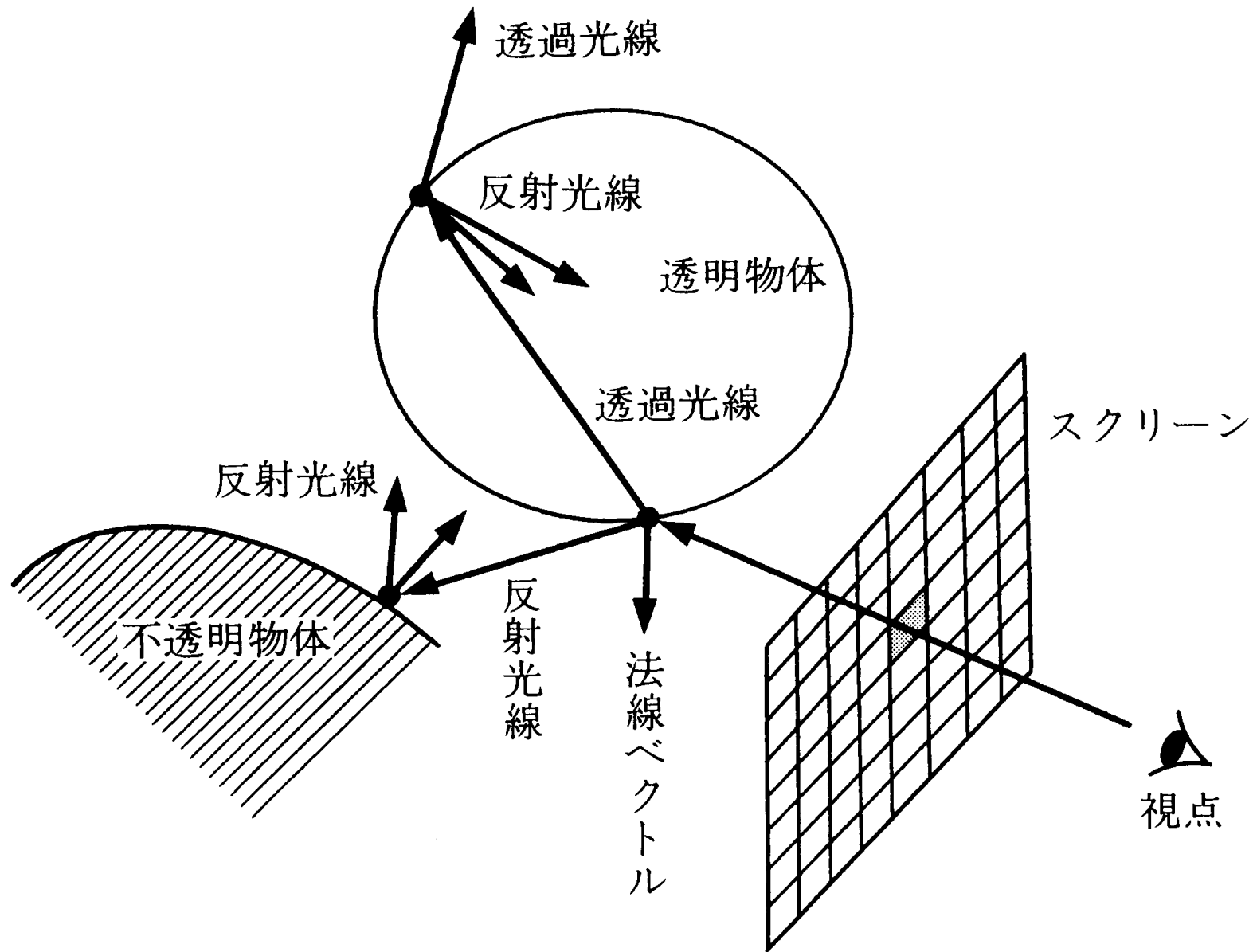
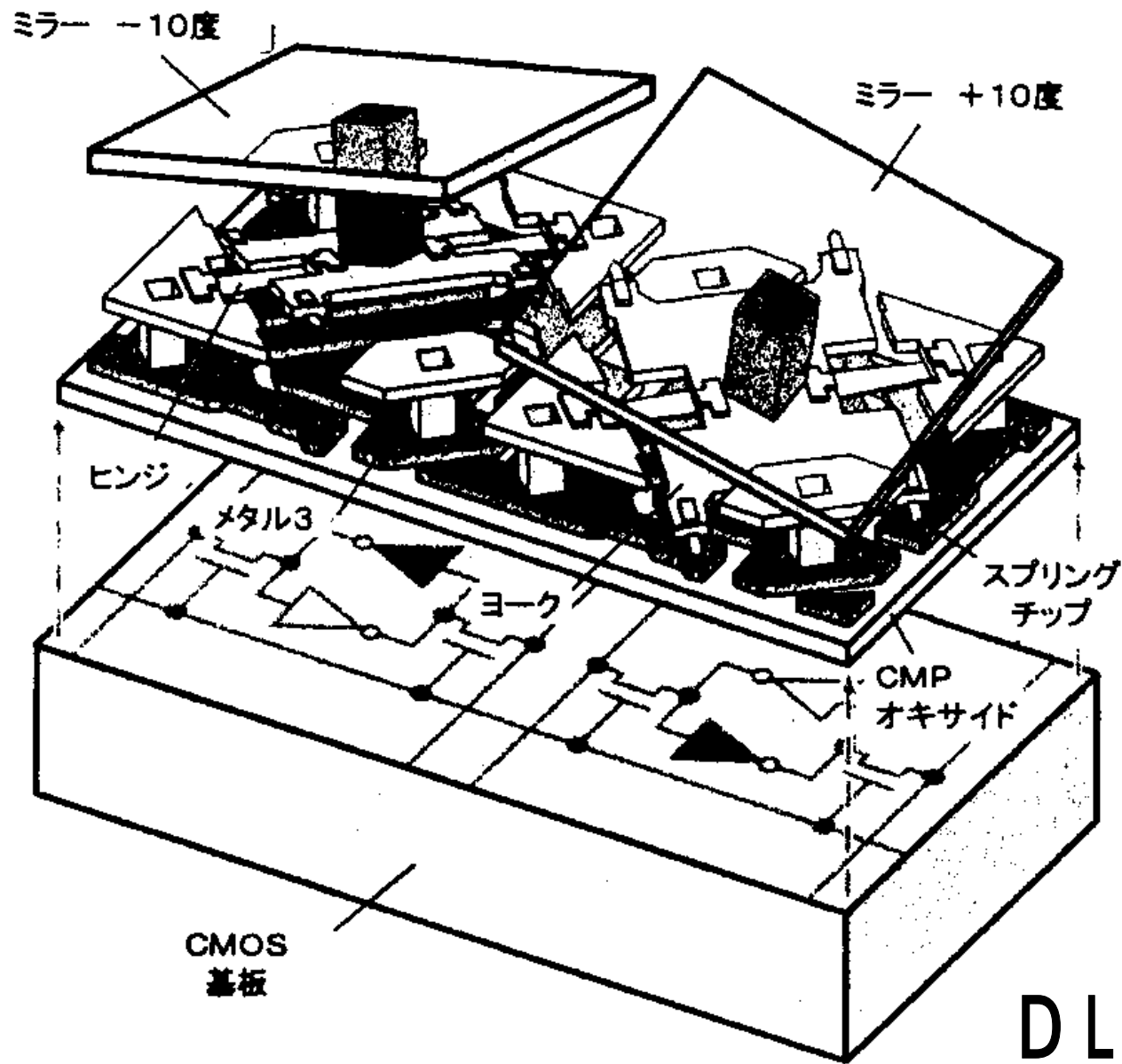


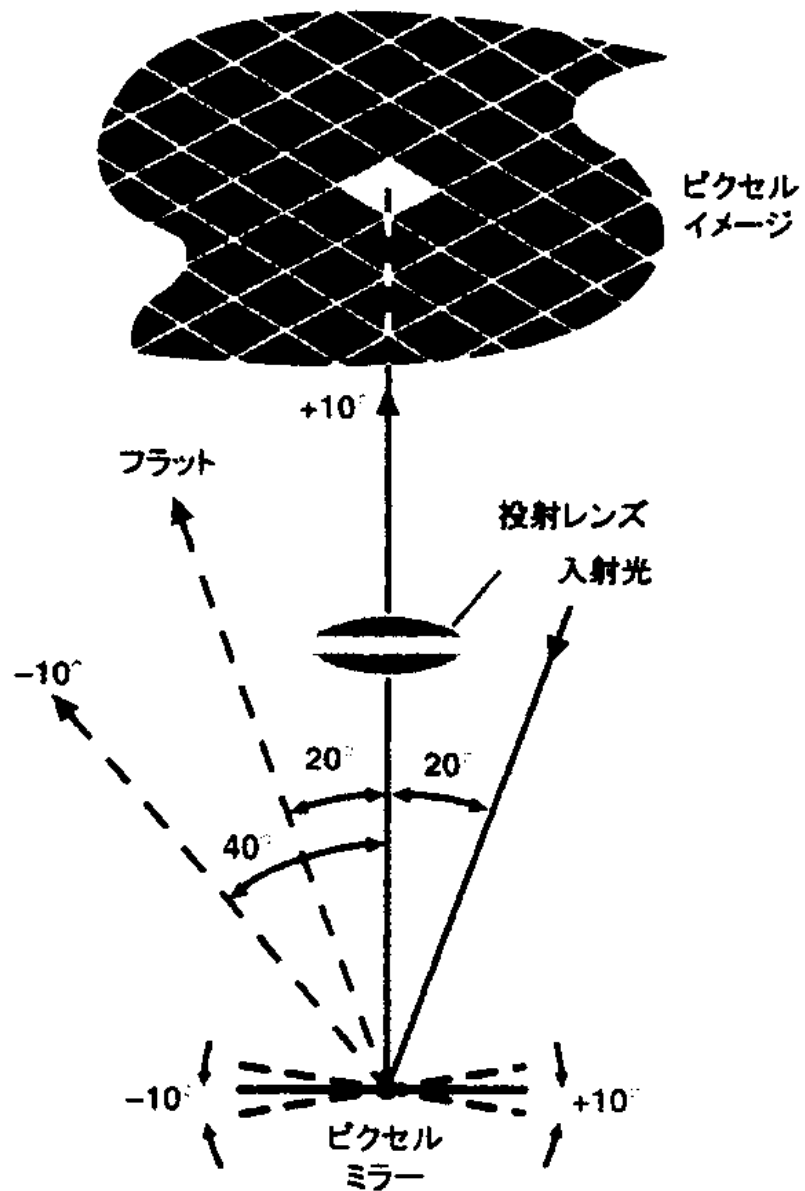
図 5.8 レイトレーシング法





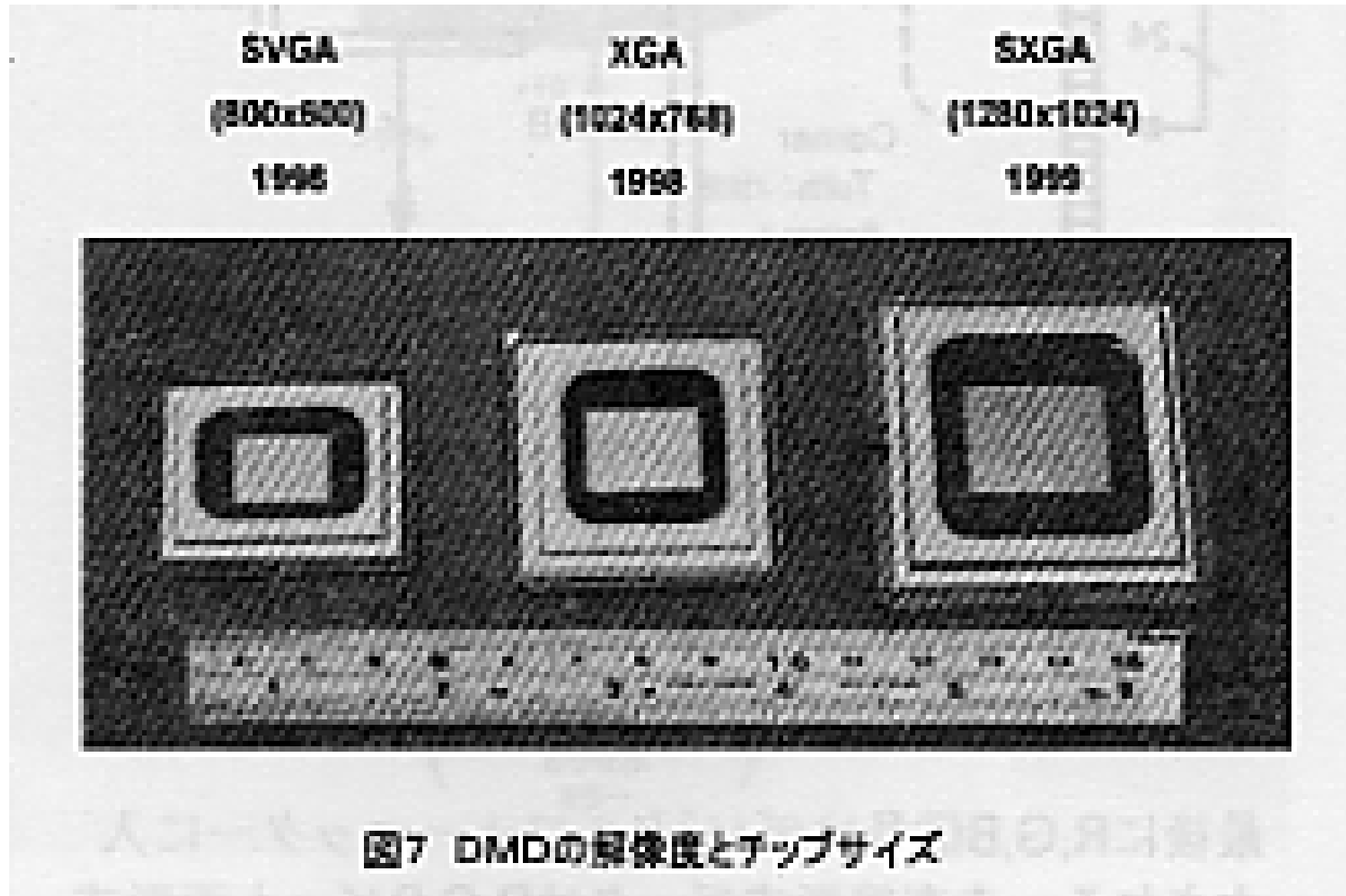
DLP用ミラー 2DMDピクセル

図1 2DMDピクセルの構造 (左側は透明化された状態を示す)

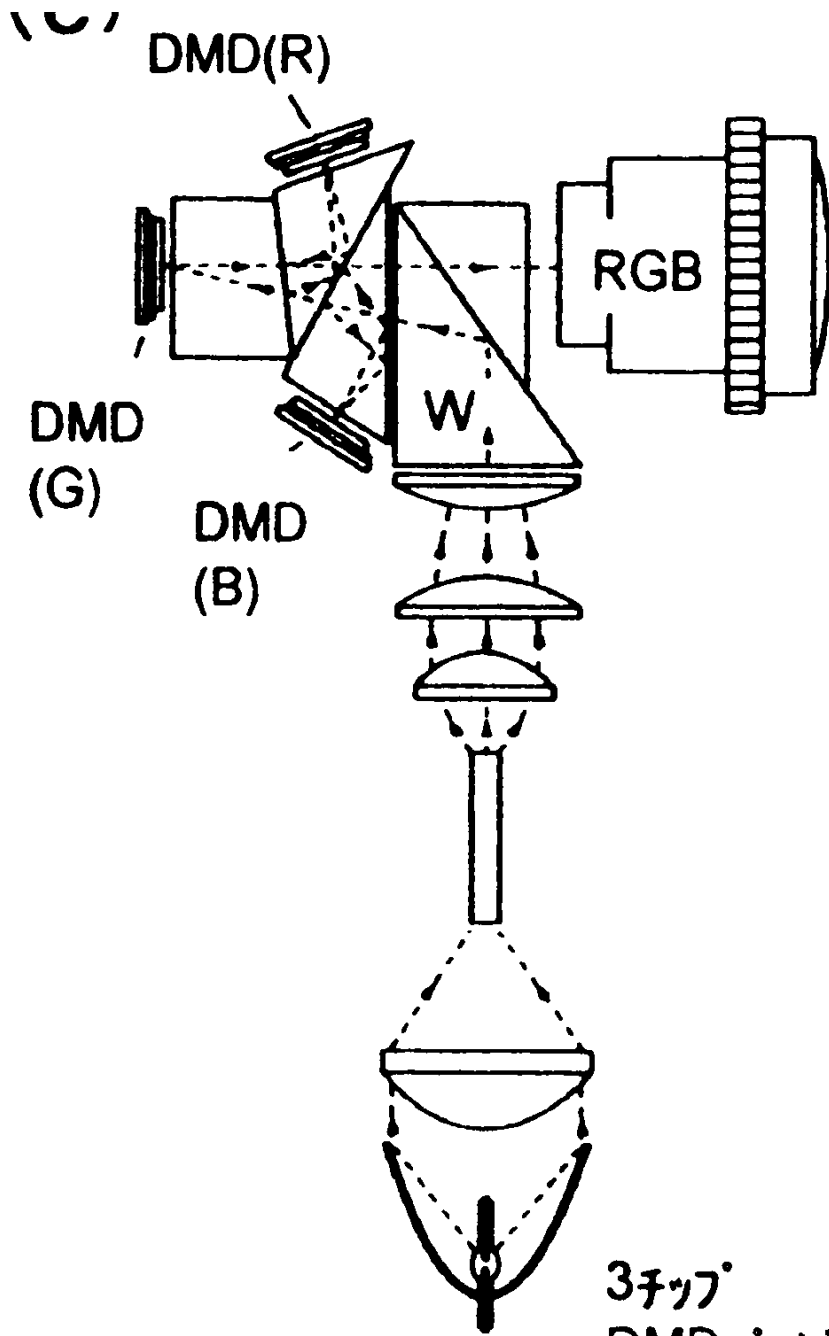


DMD 光スイッチング

図2 DMD光スイッチングの原理



DMDの解像度とチップサイズ



3チップ式 DMDプロジェクタ

3チップ
DMDプロジェクタ

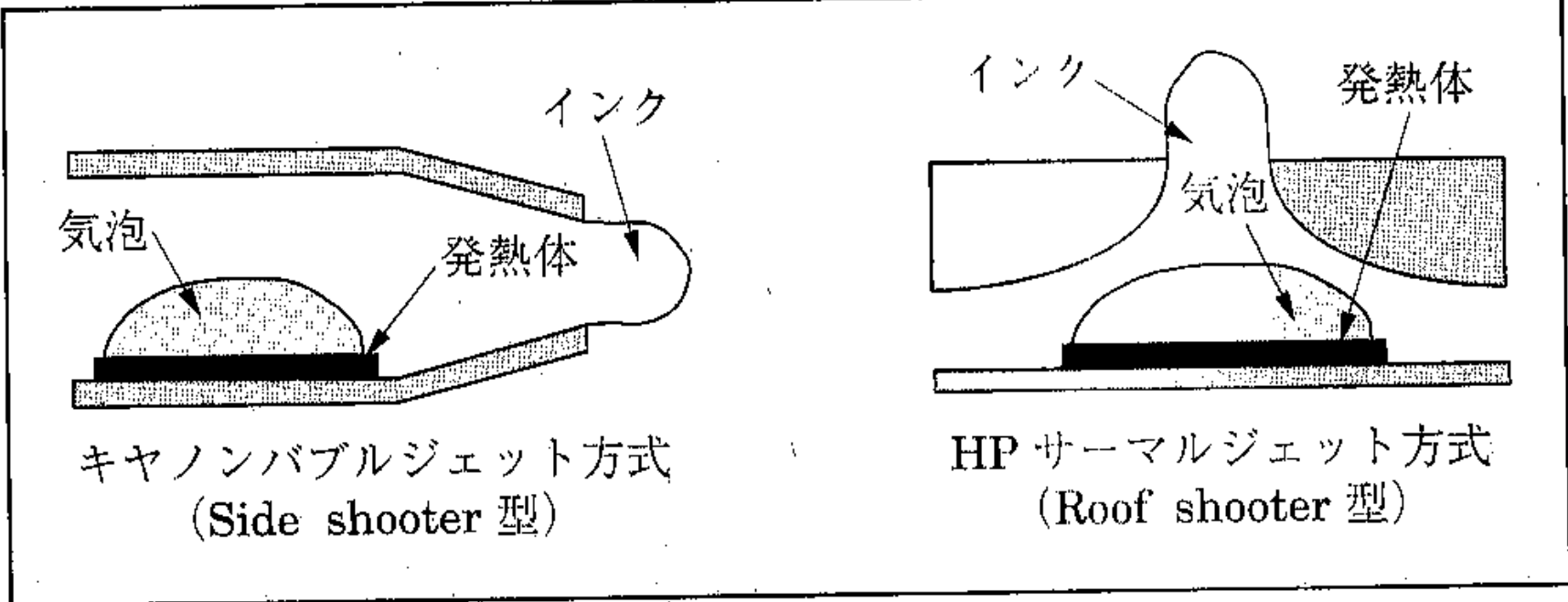


図4 サーマル方式ヘッド

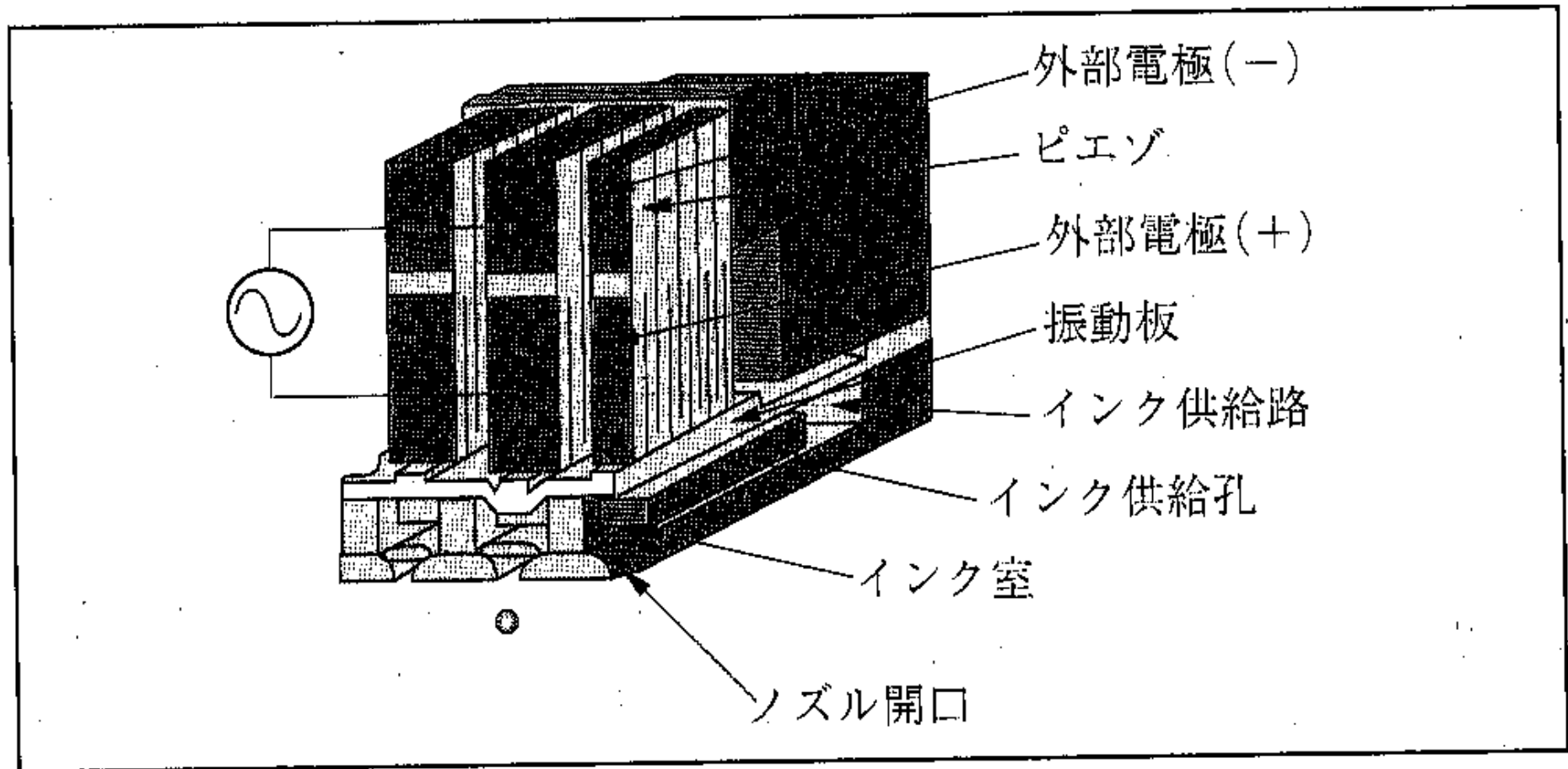


図3 マツハ方式ヘッド (MLPタイプ)

1. ドロップ量：10 pl

1/90 インチ ≒ 0.28 mm

RC ベース光沢紙：PM 写真用紙

紙ベース光沢紙：フォトプリント紙 2

コート紙：スーパーファイン専用紙

コート紙(にじみ大)

普通紙(上質紙)

普通紙(再生紙)

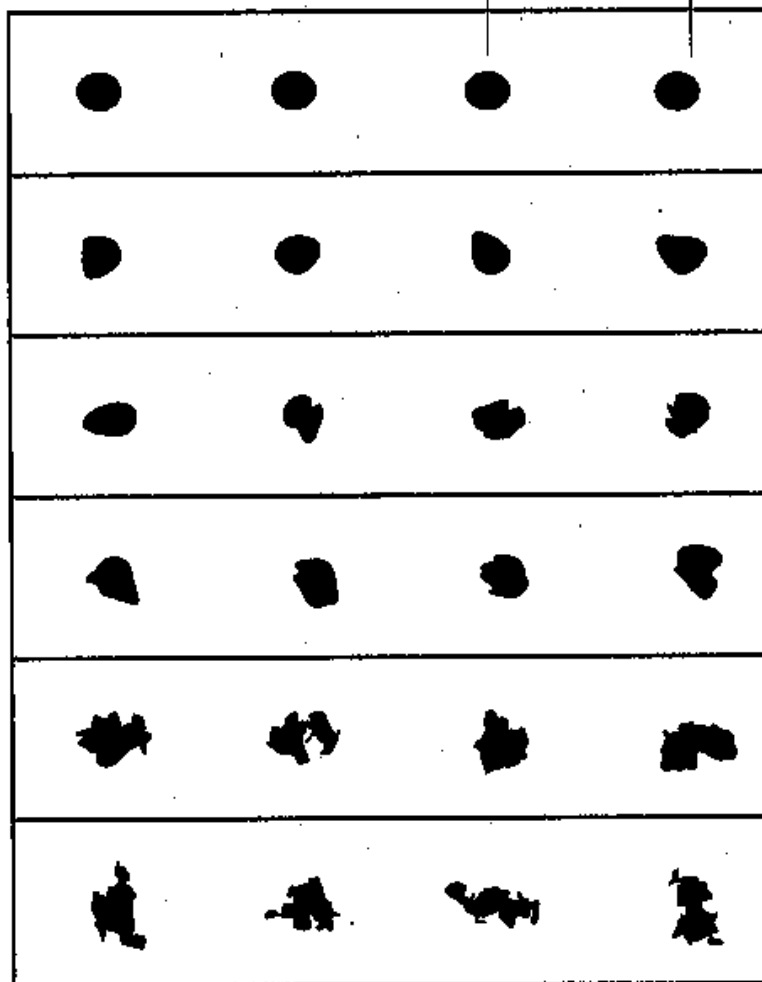
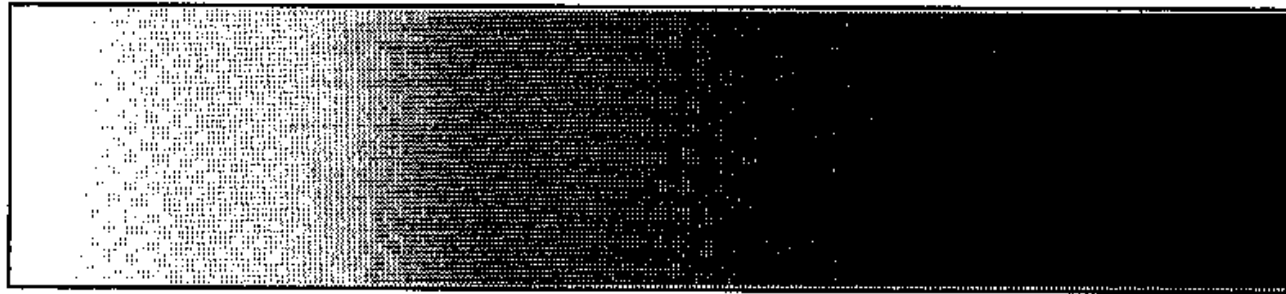


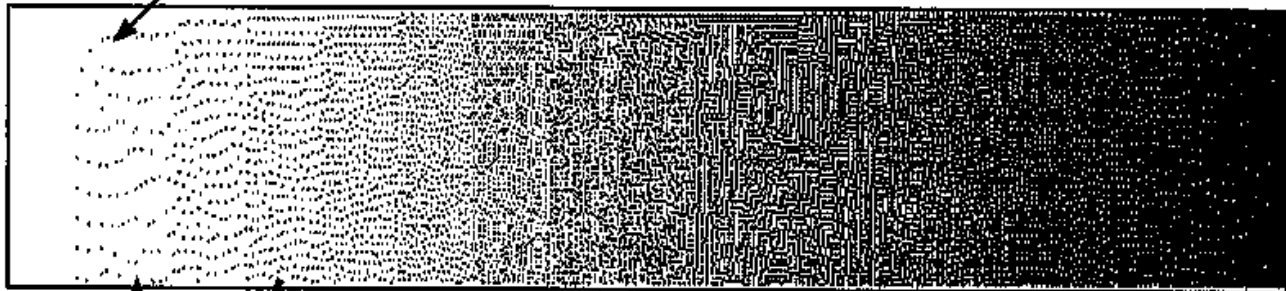
図5 メディア別ドット形状

オリジナル
画像



ドット生成の遅延

従来の
誤差拡散法



粒状性, 分散性

階調性

改良型
誤差拡散法

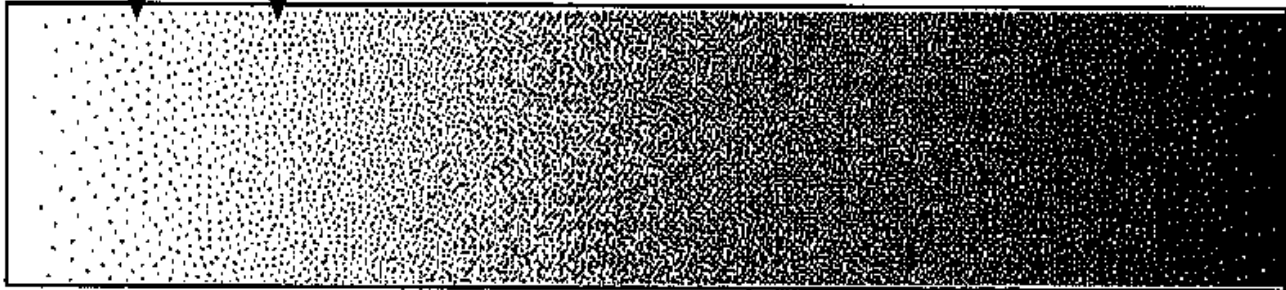


図9 誤差拡散法の改良技術

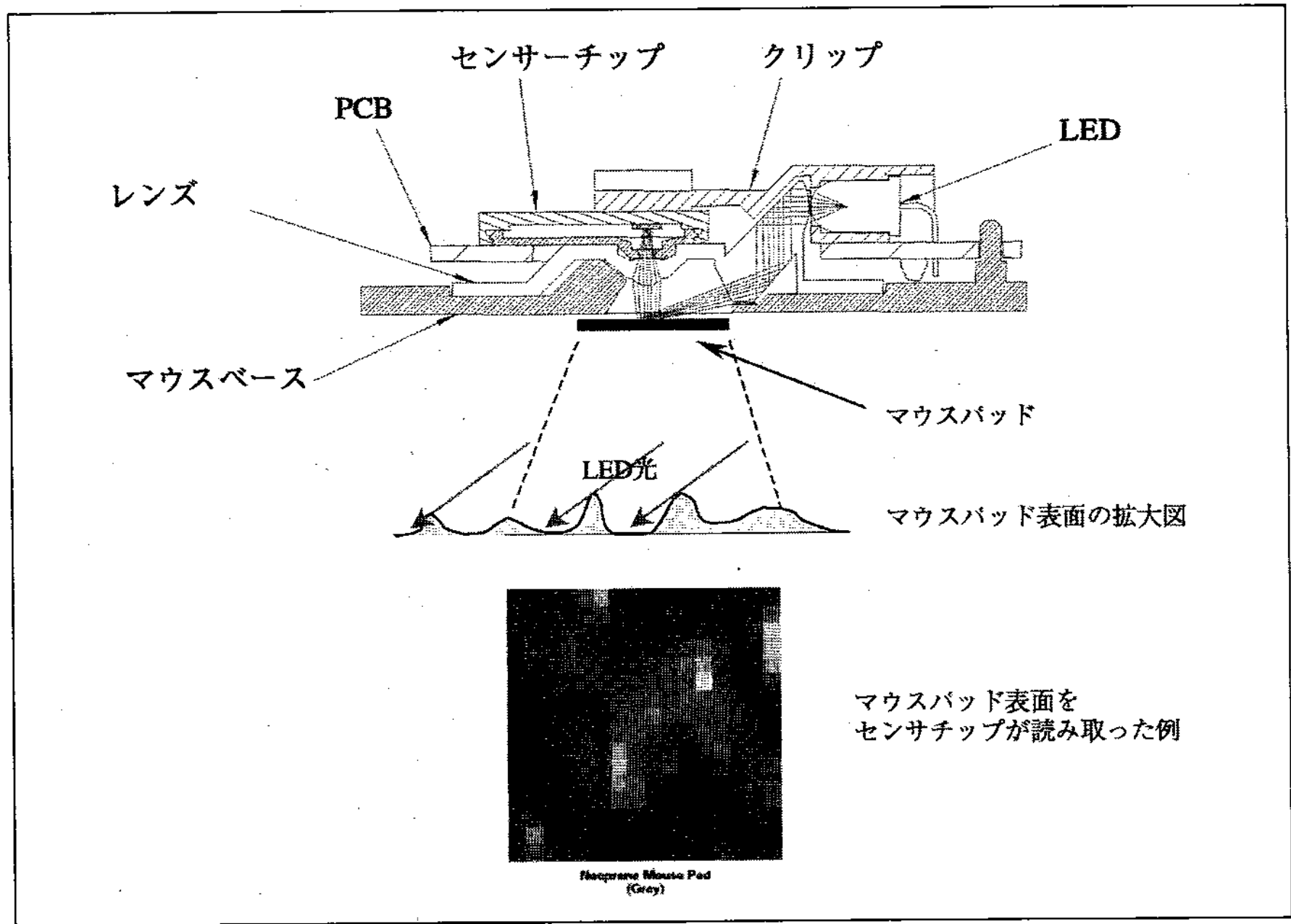


図4 マウスの構造図

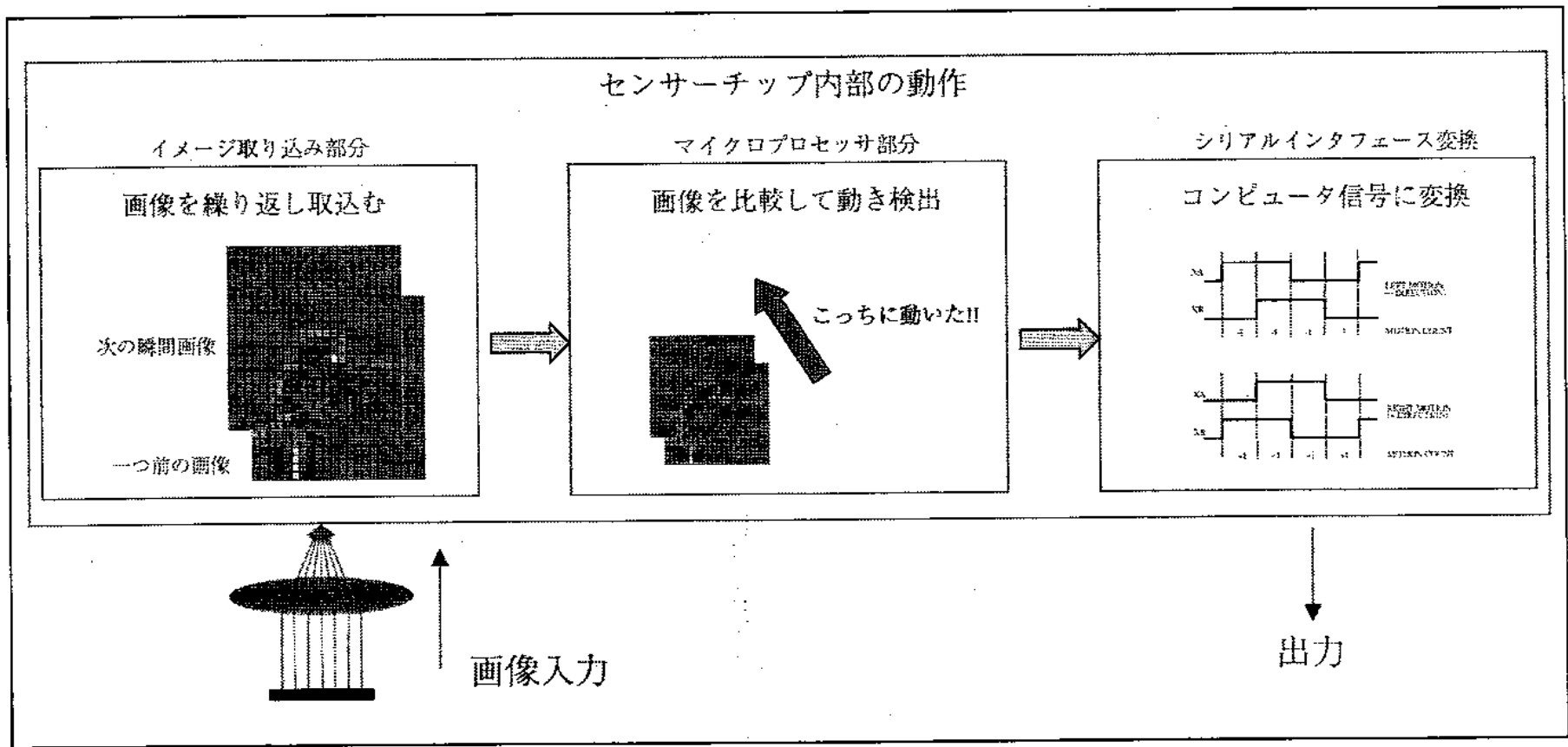


図5 センサ部分の動作ブロックダイヤグラム

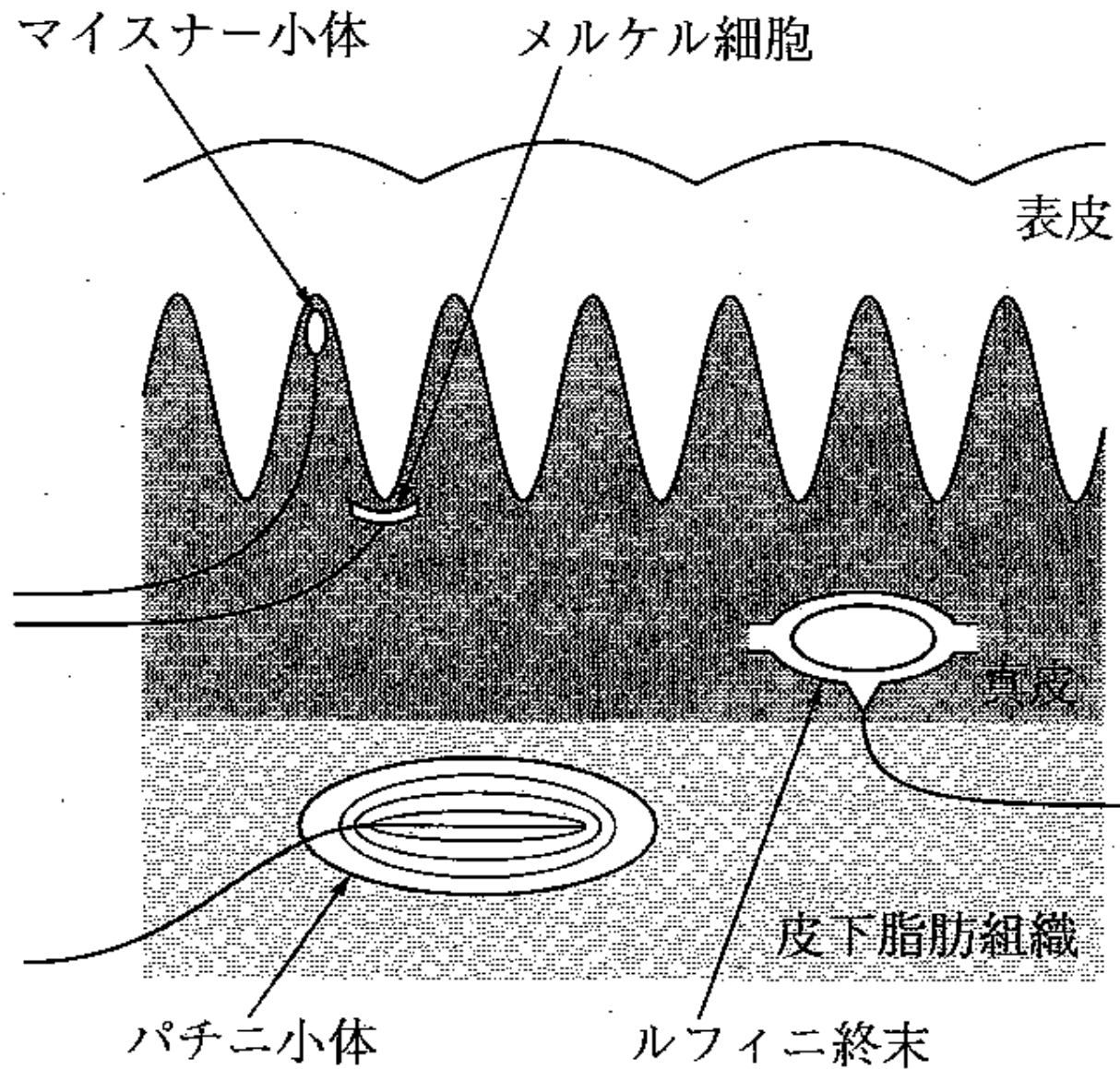


図1 触覚受容器

| | 役割 | 順応速度 | 受容野 |
|--------------|---------------|------|-----|
| マイスナー小体 FA I | 速さを感じる | 速い | 狭い |
| メルケル細胞 SA I | 圧力と低周波の振動を感じる | 遅い | 広い |
| パチニ小体 FA II | 振動を感じる | 速い | 狭い |
| ルフィニ終末 SA II | 温冷を感じる | 遅い | 広い |

表1 触覚受容器の名称と役割

触覚受容器

最適フィルタ， Wiener フィルタ， Kalman フィルタ

単純なスカラー導出

雑音が相加し，かつ，ぼけた画像の修復を行うフィルタにウィナーフィルタがある．この原理と振る舞いを調べるため，簡単な計算を試みた．

いま，簡単化のため，1点のみからなる画像 y を考える．ランダムな信号 s は平均 0，分散（電力） S の確率分布に従い，下図のようにこれが， h 倍の振幅変化を受けた後，雑音 n が加わった y が画像として観測されるものとする．すなわち，

$$y = h s + n \quad (1)$$

ここで， n は s とは独立な平均 0，分散 N の雑音である．このとき， y の線形推定 $m y$ により平均二乗誤差が最小になるように s を推定したい．すなわち，

$$e = E (m y - s)^2 \quad (2)$$

を最小にするフィルタゲイン m を求めたい．ここで， E は期待値を表す．

信号と雑音の統計的性質

$$E (s^2) = S, \quad E (n^2) = N$$

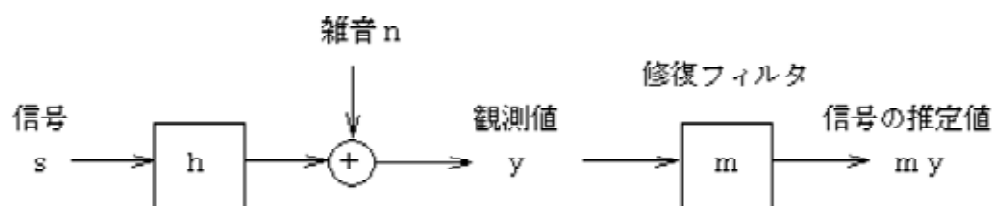
などを利用し， m の 2 次式として整理すると

$$\begin{aligned} e &= (h^2 S + N) m^2 - 2 h S m + S \\ &= (h^2 S + N) [m - h S / (h^2 S + N)]^2 - h^2 S^2 / (h^2 S + N) + S \end{aligned} \quad (3)$$

となる．したがって，

$$m = h S / (h^2 S + N) \quad (4)$$

のとき， e は最小になる．すなわち，この m が最適なフィルタで，一般的なウィナーフィルタと基本的には同じ形になっている．



このフィルタの振る舞いを見てみると，

(1) 雑音がない ($N = 0$) ときは：

$m = 1 / h$ となり，これは逆フィルタとなる．

(2) 雑音が大きく (N が大) になると：

m は小さくなる．すなわち，雑音成分を通さないようゲインを下げるが，信号成分もそれだけ小さくなってしまふ．たとえば， $h = 1$ で信号の電力と雑音の電力が同じ ($S = N$) とき，フィルタのゲインは $1 / 2$ となり，雑音を $1 / 2$ 倍とする代わりに，信号も $1 / 2$ 倍にされる．

上では、解きやすいように1点からなる画像を扱っているが、その性質・振る舞いは通常の2次元画像でも同じである。

一般的な Wiener フィルタの形式は、上記(4)の形式をもつ

$$M(u,v) = \frac{H^*(u,v) S(u,v)}{S(u,v) |H(u,v)|^2 + N(u,v)} \quad (5)$$

で与えられる。*は複素共役である。

ぼけと雑音で劣化した画像から平均的に一番よく原画像を修復(復元)してくれるフィルタは最適フィルタと呼ばれる。与えられた条件のもとで理論的に一番優れた修復手法であるので、これより優れたフィルタはなく、条件が満たされる限り他のフィルタのことは考える必要がなくなる。

式(5)から分かるように、

雑音がない($N=0$)ときは、 $m=1/h$ となり、フィルタは観測値に掛けられた係数 h を逆数を掛けることにより取り除く(逆フィルタ)。

雑音が大きく(N が大)なると、逆フィルタのままでは雑音成分が大きくなり、出力値が原信号値から大きく離れてしまう。そこで雑音成分を押さえる($[1/(1+N/S)]$ 倍に)ことにより、結果的には信号成分も押さえられるが、平均的に二乗誤差 e が最小になるようになる。

2次元画像に対してウィーナフィルタは、雑音が小さな空間周波数成分に対しては逆フィルタとして働き、雑音が大い空間周波数成分に対してはSN比(S/N)に応じてゲインを下げ、二乗誤差が最小となる原画像の推定値を出力する。

課題2 締切 次々回 授業時

周波数 2 [cycle/mm]では $H=1$, $S=2$, $N=1$

6 $H=1$, $S=1$, $N=2$

なる画像がある。Wiener フィルタのゲイン $M(2)$ および $M(6)$ を求め、その結果につき論ぜよ。